

Grundlagen des Stahlbetons

Berliner Hochschule für Technik

Prof. Dr.-Ing. Andreas Fischer

Massivbau WS 22/23



Vorwort

Das nachfolgende Skript ist in erster Linie für die Veranstaltungen Stahlbetonbau 1 und 2 erarbeitet worden, es soll aber auch dem Arbeiten und Nachlesen in höheren Semestern dienen. Daher sind manche Inhalte etwas ausführlicher und umfangreicher dargestellt als für die Leser aus Stahlbetonbau 1 und 2 erforderlich. Diese Abschnitte sind durch eine kleinere Schrift und eine schmalere Textbreite gekennzeichnet. Für interessierte Studierende können diese Abschnitte aber durchaus eine willkommene Bereicherung sein. Die inhaltliche Reihenfolge ist so gewählt, wie man sie nach Kenntnis des gesamten Stoffumfangs zusammenstellen würde. In der Vorlesung werden wir zwischen den Abschnitten hin und her springen, manches erst kurz anreißen, um es später noch zu ergänzen. Die Abschnitte 6 und 9 bis 13 werden in den folgenden Semestern behandelt.

In den Veranstaltungen des Stahlbetonbaus können viele Themen nur in den Grundlagen dargestellt werden, diese Grundlagen sollen das ingenieurmäßige Denken so weit prägen, dass einerseits spezielle Themengebiete im Selbststudium erarbeitet und andererseits Weiterentwicklungen der Bauweise in der Berufspraxis verfolgt werden können.

Das Skript ist zur Vor- und Nachbereitung der Lehrveranstaltungen konzipiert, es ersetzt auf keinen Fall den Besuch der Veranstaltung selbst, da dort weitere Themen und Hinweise und insbesondere Beispiele behandelt werden. Auch das Studium weiterführender Literatur ist zum Verständnis des Stahlbetonbaus unabdingbar.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	IV
1 Einführung.....	1
1.1 Anwendung heute und geschichtliche Entwicklung	1
2 Grundlagen und Tragverhalten von Stahlbeton.....	4
2.1 Elementare Tragwirkungen und Werkstoffgesetze	4
2.1.1 Verhalten von Beton auf Zug	4
2.1.2 Verhalten des Betons auf Druck	6
2.1.3 Verhalten des Stahls.....	7
2.1.4 Verbundverhalten des Stahlbetons.....	7
2.2 Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen	9
2.2.1 Stahlbetonbauteile unter Druckbeanspruchung.....	10
2.2.2 Stahlbetonbauteile unter Zugbeanspruchung.....	11
2.2.3 Stahlbetonbauteile unter Biegebeanspruchung.....	12
3 Sicherheit der Tragkonstruktionen	15
3.1 Grundlagen des Sicherheitskonzeptes	15
3.2 Einwirkungen	16
3.2.1 Arten von Einwirkungen	16
3.2.2 Charakteristische Werte der Einwirkungen: F_k	16
3.2.3 Repräsentative Werte von veränderlichen Einwirkungen	17
3.3 Baustoffeigenschaften.....	19
3.4 Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit (GZT).....	19
3.4.1 Nachweis gegen Versagen eines Tragwerkes oder seiner Teile	19
3.4.2 Verlust des statischen Gleichgewichtes, Nachweis der Lagesicherheit.....	26
3.5 Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (GZG)	27
3.6 Beispiel Einfeldträger mit Kragarm.....	27
4 Dauerhaftigkeit.....	30
4.1 Expositionsklasse und Mindestfestigkeit.....	32
4.2 Betondeckung	33
4.3 Konstruktions- und Ausführungsregeln	34
5 Werkstoffeigenschaften, Werkstoffgesetze.....	35
5.1 Eigenschaften und Verhalten von Beton	35
5.1.1 Druckfestigkeit	35
5.1.2 Zugfestigkeit.....	35
5.1.3 Elastisches Verformungsverhalten	35
5.1.4 Zeitabhängiges Verformungsverhalten (Kriechen und Schwinden)	35
5.2 Eigenschaften und Verhalten von Betonstahl	37
5.2.1 Zug- und Druckfestigkeit	37
5.2.2 Elastisches Verformungsverhalten	37
5.3 Bedeutung von Werkstoffgesetzen	37
5.4 Idealisierte Werkstoffgesetze für Beton für die Bemessung im GZT	39
5.5 Idealisiertes Werkstoffgesetz für Betonstahl für die Bemessung im GZT	40
5.6 Idealisierte Werkstoffgesetze für Spannstahl für die Bemessung im GZT	41
6 Schnittgrößenermittlung	42
6.1 Grundlagen, Idealisierungen und Vereinfachungen.....	42
6.1.1 Wirksame Stützweiten von Platten und Balken	42
6.1.2 Imperfektionen	43
6.1.3 Maßgebende Laststellungen.....	43
6.1.4 Querkräfte von DLT	44
6.1.5 Stützkräfte, Auflagerreaktionen von DLT	44
6.2 Verfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen.....	45
6.2.1 Linear-elastische Berechnung	46

6.2.2	Linear-elastische Berechnung mit Umlagerung.....	46
6.2.3	Verfahren nach Plastizitätstheorie	46
6.2.4	Nichtlineare Verfahren	46
6.2.5	Nichtlineares Verfahren für Bauteile unter überwiegendem Längsdruck	46
6.2.6	Besonderheiten der Schnittgrößenberechnung vorgespannter Konstruktionen.....	46
6.3	Bemessungswerte von Schnittgrößen	46
6.4	Bemessungsmomente an Auflagern	48
6.4.1	Bemessung für das ausgerundete Moment.....	48
6.4.2	Bemessung am Anschnitt von Unterstützungen.....	48
6.4.3	Mindestanschnittsmomente	50
7	Grenzzustand der Tragfähigkeit für Biegung und Längskraft	51
7.1	Allgemeines / Einführung / Überblick	51
7.2	Grundlagen der Bemessung	52
7.2.1	Grenzdehnungen, Spannungen und resultierende Kräfte von Stahl und Beton	52
7.3	Bemessungsverfahren für Biegung ohne Längskraft.....	55
7.3.1	Bemessungsverfahren für Querschnitte mit rechteckförmiger Druckzone	55
7.3.1.1	Bemessung mit dimensionslosen Beiwerten (μ_{Eds} -Verfahren)	57
7.3.1.2	Das k_d -Verfahren	57
7.3.2	Bemessung für beliebige Querschnitte.....	58
7.3.2.1	Berechnung aufnehmbarer Schnittgrößen mit dem Spannungsblock.....	58
7.4	Bemessungsverfahren für Biegung mit geringer Längskraft.....	59
7.5	Druckbewehrung für Biegung ohne/mit geringer Längskraft.....	60
7.6	Robustheitsbewehrung zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens	61
7.7	Bemessung mit Interaktionsdiagrammen.....	62
7.8	Bemessungsverfahren für beliebige Querschnitte bei überwiegender Zugbeanspruchung (Hebelgesetz)	66
7.9	Bemessungsverfahren für beliebige Querschnitte bei überwiegender Druckbeanspruchung.....	66
7.9.1	Mittige Druckkraft	67
7.9.2	Druckkraft mit geringer Biegung	67
7.10	Bemessung unter zweiachsiger Biegebeanspruchung ohne/mit Längskraft	68
8	Grenzzustand der Tragfähigkeit für Querkraft	69
8.1	Grundlagen des Tragverhaltens.....	69
8.2	Fachwerkmodell für Bauteile mit Querkraftbewehrung	73
8.2.1	Tragfähigkeit der Zugstrebe.....	75
8.2.2	Tragfähigkeit der Druckstrebe.....	76
8.2.3	Wahl des Druckstrebenwinkels.....	77
8.3	Bemessungswerte der einwirkenden Querkraft	82
8.3.1	Unterscheidung nach der Art der Lagerung.....	82
8.3.2	Auflagernahe Einzellast bei direkter Lagerung	83
8.4	Nachweis von Bauteilen mit Querkraftbewehrung	84
8.4.1	Praktische Bemessung und Querkraftdeckung für den Standardfall.....	85
8.4.2	Allgemeiner Bemessungsfall.....	87
8.5	Bauteilwiderstand von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung	89
8.5.1	Tragmodell(e) von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung.....	89
8.5.2	Bauteilwiderstand in gerissenen Bauteilabschnitten	90
8.6	Schubkraftübertragung in Fugen.....	92
9	Grenzzustand der Tragfähigkeit für Durchstanzen.....	92
10	Grenzzustand der Tragfähigkeit für Torsion	92
11	Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit	93
11.1	Grundlagen der Berechnung im Gebrauchszustand.....	93
11.1.1	Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen.....	93
11.1.2	Ermittlung der Risschnittgrößen.....	96
11.1.3	Ermittlung der Betonzugfestigkeit	98
11.2	Bemessungswerte der Beanspruchungen	100
11.2.1	Beanspruchungen aus Last	100

11.2.2 Beanspruchungen aus Zwang	100
11.2.2.1 Beispiele für Zwangsbeanspruchungen	101
11.2.2.2 Zwangsschnittgrößen und Mindestbewehrung bei üblicher Zwangsbeanspruchung 105	
11.2.2.3 Zwangsschnittgrößen und Mindestbewehrung bei Querschnittseinschnürungen .	107
11.2.2.4 Zwangsschnittgrößen und Mindestbewehrung bei geringer Beanspruchung (Schwachstellenbemessung).....	108
11.2.3 Einfluss von Eigenspannungen.....	108
11.3 Berechnung von Spannungen, Dehnungen und Krümmungen im gerissenen Gebrauchszustand 110	
11.3.1 Lösung für Querschnitte mit beliebiger Druckzone unter reiner Biegebeanspruchung ohne Mitwirkung des Betons auf Zug	113
11.3.2 Iterative Lösung im allgemeinen Fall	115
11.3.3 Näherungslösungen.....	116
11.4 Nachweise der Spannungen	118
11.4.1 Begrenzung der Betondruckspannungen	118
11.4.2 Begrenzung der Spannstahlspannungen	119
11.4.3 Begrenzung der Betonstahlspannungen	119
11.4.3.1 Begrenzung der Betonstahlspannungen aus Last	119
11.4.3.2 Begrenzung der Betonstahlspannungen aus Zwang	120
11.5 Berechnung der Rissbreite.....	120
11.5.1 Dehnungen von Stahl und Beton	120
11.5.2 Ermittlung des Rissabstandes bei dünnen Bauteilen	122
11.5.3 Ermittlung der mittleren Dehnungsdifferenz von Stahl und Beton bei dünnen Bauteilen....	123
11.5.4 Maximale Rissbreite bei dünnen Bauteilen.....	124
11.5.5 Maximale Rissbreite bei dicken Bauteilen	124
11.5.6 Stege und abliegende Querschnittsteile bei Lastbeanspruchung	126
11.6 Nachweis der Rissbreite.....	128
11.6.1 Ermittlung der Bewehrung für eine nachzuweisende Rissbreite	129
11.6.2 Nachweis der Rissbreite nach EC2, 7.3.3	130
11.7 Berechnung von Verformungen	132
11.8 Nachweis der Verformungen / Durchbiegungen	132
11.9 Vereinfachter Nachweis der Durchbiegung.....	133
11.9.1 Besonderheiten bei Kragplatten.....	136
12 Allgemeine Bewehrungsregeln	138
12.1 Biegen von Betonstahl	138
12.2 Verbund zwischen Betonstahl und Beton	138
12.3 Verankerung von Betonstählen.....	138
12.3.1 Grundwert der Verankerungslänge.....	139
12.3.1.1 Verbundbedingungen	140
12.3.2 Bemessungswert der Verankerungslänge.....	141
12.3.3 Ersatzverankerungslänge von Zugstäben nach [12]	142
12.3.4 Querbewehrung im Verankerungsbereich	145
12.4 Bewehrungsstöße	145
12.4.1 Übergreifungslänge.....	146
12.4.2 Querbewehrung im Bereich von Übergreifungsstößen	147
12.4.3 Zwei-Ebenen-Stoß von Betonstahlmatten	149
13 Zugkraftdeckung.....	150
13.1 Versatzmaß	150
13.2 Versetzte Zugkraftlinie und Zugkraftdeckung.....	152
13.2.1 Zugkraftdeckung und Verankerung im Feld.....	152
13.2.2 Verankerung an gelenkigen Endauflagern	155
13.2.3 Verankerung an Zwischenauflagern	156
13.3 Zusammenfassung Zugkraftdeckung.....	156

1 Einführung

1.1 Anwendung heute und geschichtliche Entwicklung

Stahlbeton ist heute bei fast allen modernen Bauwerken ein unverzichtbarer Baustoff, da er sich mit sehr anpassungsfähigen Eigenschaften wirtschaftlich herstellen lässt. Wir verwenden Stahlbeton zum Beispiel für

- Wohn-, Büro- und Geschäftshäuser, Schulen, Krankenhäuser, Industriebauten, Kraftwerke
- Türmen, Sportstadien, Behältern
- Brücken- und Tunnelbauten
- Kläranlagen, Kanäle, Schleusen, Staudämme
- Straßen sowie Start- und Landebahnen von Flughäfen
- Fundamente und Pfähle sowie im Baugrubenverbau für Schlitz- und Bohrpfahlwände

Die Liste ließe sich noch um viele weitere Beispiele ergänzen.

Stahlbeton besteht aus den Werkstoffkomponenten Stahl und Beton, die in einem Bauteil im Verbund miteinander wirken. Beton als künstlicher Stein hat vergleichbare Eigenschaften wie natürliche Gesteine, insbesondere eine hohe Druckfestigkeit, aber gleichzeitig eine nur geringe Zugfestigkeit in der Größenordnung von 10% der Druckfestigkeit. Alte Baumeister von Brücken und Kathedralen haben mit den Natursteinen materialgerecht konstruiert, in dem sie Bögen und Gewölbe als Tragstrukturen verwendet haben. Diese werden bei richtiger Formgebung ausschließlich auf Druck beansprucht. Wenn Beton versagt, dann ist – wie bei natürlichen Gesteinen - ein sprödes Versagen ohne Vorankündigung zu beobachten, das heißt, das Bauteil versagt infolge hoher Druckbeanspruchungen plötzlich ohne vorher sichtbare Verformungen oder Risse. Ein Versagen ohne Vorankündigung ist ungünstig, da aus sicherheitstheoretischen Überlegungen heraus ein größerer Sicherheitsabstand gegenüber dem Versagenszustand notwendig wird.

Neben der hohen Druckfestigkeit sind weitere positive Eigenschaften beim Beton festzustellen.

- Beton ist bei fachgerechter Herstellung ein sehr dauerhafter Baustoff.
- Von kreativen Architekten wird er gerne verwendet, da er in nahezu beliebige Formen gegossen werden kann.
- Bei entsprechender Zusammensetzung und sorgfältiger Ausführung kann Beton auch wasserundurchlässig hergestellt werden.
- Beton hat einen hohen Widerstand gegen Feuer, da seine Festigkeitseigenschaften bei üblichen Brandtemperaturen nahezu vollständig erhalten bleiben.
- Seine relativ langsame Erhärtung muss auf der Baustelle beachtet werden.

Im Kapitel Abschnitt 5.1 werden die Eigenschaften, die für die Berechnung von Stahlbeton von Interesse sind, detailliert behandelt.

Eigenschaften des Stahls:

- Stahl besitzt eine weitaus höhere Zugfestigkeit als Beton und eine hohe Duktilität. Auf Grund dieser Zähigkeit kündigt sich sein Versagen durch große Verformungen frühzeitig an.
- Stahl kann auch auf Druck und sogar höher als Beton beansprucht werden. Vergleicht man jedoch die Herstellungskosten einer Stahlstütze mit denen einer Betonstütze bei gleicher Druckbeanspruchung, dann ist der Einsatz von Beton zur Aufnahme von Druckkräften deutlich wirtschaftlicher.
- Stahl ist formbar, jedoch weniger im architektonischen Sinne.

- Sein Widerstand gegen Feuer ist gering, weil er ab einer Temperaturbeanspruchung von ca. 500° C einen erheblichen Anteil seiner Festigkeitseigenschaften verliert. Im Stahlbau ist deshalb ein zusätzlicher Brandschutz notwendig, der einen hohen Kostenaufwand verlangt.
- Ebenso aufwändig verhält es sich mit dem Korrosionsschutz im Stahlbau.

Der im Stahlbetonbau verwendete Stahl wird mit speziellen Materialeigenschaften und in besonderen Lieferformen hergestellt. Dieser Stahl wird als Bewehrungsstahl (kurz: Bewehrung) oder Betonstahl bezeichnet. Zur Übertragung von Kräften zwischen Beton und Stahl ist eine glatte Oberfläche des Betonstahls, wie er früher verwendet wurde, nur unzureichend geeignet, Bewehrungsstahl wird daher heute ausschließlich mit gerippter Oberfläche geliefert. Bewehrungsstahl ist als Rundstahl mit Durchmessern von 5 bis 40 mm in Form bis zu 14 m langer Stäbe oder bei kleineren Durchmessern auf Rollen gewickelt erhältlich. Für flächige Bauteile (Decken, Wände) können vorgefertigte Betonstahlmatten eingesetzt werden, die aus kreuzweise übereinander liegenden, verschweißten Stäben bestehen.

Der auch als Verbundwerkstoff bezeichnete *Stahlbeton* kann viele der nachteiligen Eigenschaften von Stahl einerseits und Beton andererseits in idealer Weise ausgleichen.

- So übernimmt der Beton auf Grund seiner chemischen Beschaffenheit den Korrosionsschutz für den im Beton eingebetteten Stahl und seinen Schutz gegen Brandeinwirkungen.
- Bei baustoffgerechter Konstruktion übernimmt der Beton die in den Bauteilen entstehenden Druckkräfte oder Druckspannungen, der Stahl die Zugkräfte bzw. Zugspannungen.
- Richtig konstruierte Stahlbetonbauteile zeigen ein duktileres Verhalten mit einer Vorankündigung des Versagenszustandes.
- Durch das Verwenden zweier Materialien in einem Bauteil können wegen des unterschiedlichen Verformungsverhaltens unerwünschte innere Spannungen entstehen. Die Temperaturdehnungseigenschaften von Stahl und Beton sind nahezu gleich, so dass Schädigungen durch unterschiedliche innere Dehnungen infolge Temperatur nicht auftreten.

Beton ist ein schon lange bekannter Baustoff. Die Verwendung von Kalkmörtel für Fußböden ist nachgewiesen bis ca 7000 v. Chr. Die Römer nutzten *Opus Caementitium* (häufig bezeichnet als „Römerbeton“) überwiegend bei der Herstellung von Wänden. Das wohl beeindruckendste Bauwerk, bei dem Opus Caementitium als tragender Konstruktionsbeton ausgeführt wurde, ist das Pantheon in Rom (Bild 1-1). Vieles Interessante zu dieser Baukunst der Römer kann bei *Lamprecht* [1] nachgelesen werden.

Einige Daten seit der Wiederentdeckung des Betons und der Entwicklung von Stahlbeton und Spannbeton:

- 1786 erstmaliges Herstellen von Zement durch Brennen von Kalkmergel und Tonerde, 1796 Patentanmeldung durch den Engländer James Parker
- 1824 gilt im Allgemeinen als das Geburtsjahr des Portlandzementes, entwickelt von dem Engländer Joseph Aspdin
- 1867 Patent für Eisenbeton von Joseph Monier; Herstellung von Blumen- und Wasserkübeln
- 1875 erste Eisenbetonbrücke (Bogenbrücke 16m) in Frankreich
- 1885 Theoretische Grundlagen des Eisenbetons
- 1898 Gründung des Deutschen Beton-Vereins
- 1915 Norm für Eisenbeton
- 1928 Entwicklung von Spannbeton durch Freysinnet

2 Grundlagen und Tragverhalten von Stahlbeton

2.1 Elementare Tragwirkungen und Werkstoffgesetze

Das Tragverhalten des Stahlbetons beruht auf sehr wenigen, aber dennoch komplexen Materialeigenschaften. Diese für das Tragverhalten wichtigen Eigenschaften werden durch so genannte Werkstoffgesetze beschrieben. Werkstoffgesetze formulieren den Zusammenhang zwischen inneren Verzerungen (Verformungen) und inneren Spannungen bzw. inneren Kräften. So gibt z. B. das Hooke'sche Gesetz für eine gedehnte Feder die Federspannung bzw. die Federkraft mit einer linearen Beziehung an (Bild 2-1). Für Stahlbeton kommen in der Regel physikalisch nichtlineare Werkstoffgesetze zur Anwendung. Bei nichtlinearem Verhalten kann nicht mehr die Gültigkeit des Superpositionsprinzips vorausgesetzt werden. Für die Bemessungspraxis sind daher besondere Berechnungsverfahren entwickelt worden.

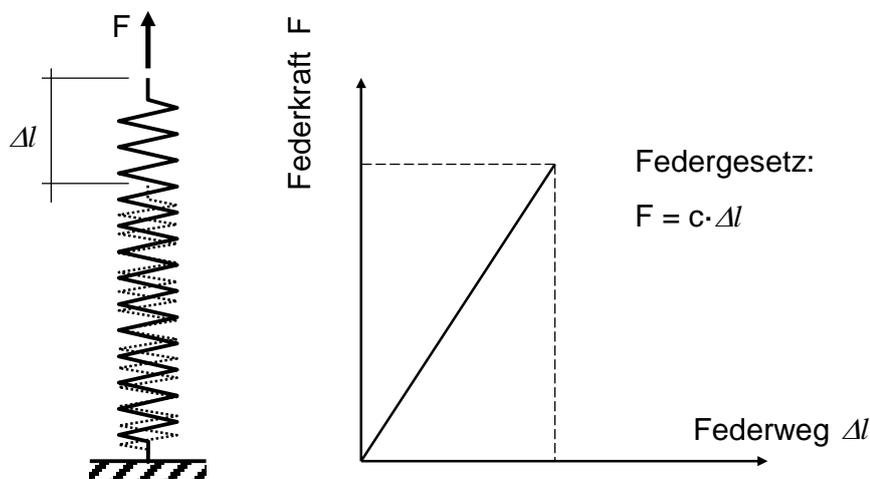


Bild 2-1 Lineares Federgesetz

2.1.1 Verhalten von Beton auf Zug

Das Verhalten von Beton infolge von Zugbeanspruchungen ist auch für Druckbeanspruchung von elementarer Bedeutung und wird daher zunächst erläutert. Beobachtet man einen Versuchskörper aus Beton, der durch die Versuchseinrichtung stetig verlängert wird, dann ergeben sich entsprechend Bild 2-2 drei Bereiche:

- Zu Beginn verhält sich der Körper nahezu ideal elastisch (A). Mit zunehmender Kraft bilden sich im Gefüge Mikrorisse.
- Diese Mikrorisse verdichten sich kurz vor Erreichen der Betonzugfestigkeit in einer schwachen Zone (B). Die Gesamtverformung vergrößert sich ohne nennenswerte Kraftzunahme.
- Bei Erreichen der Zugfestigkeit haben sich die Mikrorisse zu einem Makroriss entwickelt. Der Versuchskörper entspannt sich schlagartig (C) bei gleichzeitiger Rissverbreiterung.

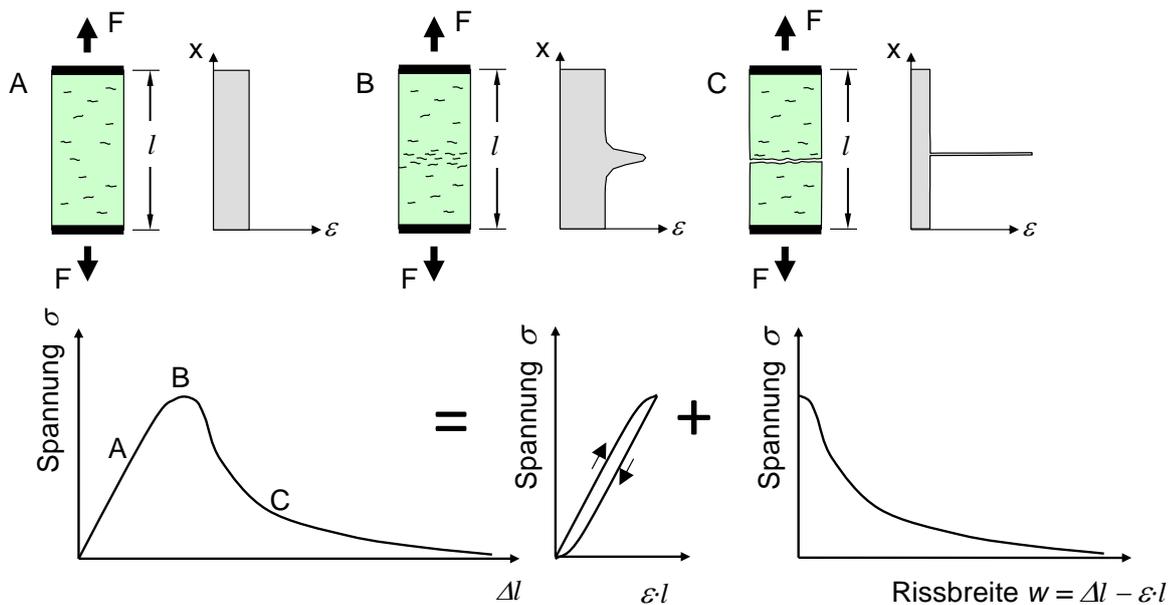


Bild 2-2 Zugtragverhalten von Beton entsprechend [7]

Die Gesamtverformung Δl kann in einen elastischen Anteil $\varepsilon \cdot l$ und einen Rissöffnungsanteil w aufgespalten werden. Letzterer Anteil wird als Zugspannungs-Rissöffnungs-Gesetz bezeichnet, welches die noch im Riss übertragbare Zugspannung in Abhängigkeit von der Rissbreite angibt. Dabei ist zu beachten, dass nach einer zwischenzeitlichen Entspannung nicht mehr der volle Wert der Betonzugfestigkeit, sondern nur die vorherige Restzugspannung erreicht werden kann.

Der Verlauf der Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung hängt von mehreren Einflussparametern ab (z. B. Zementart, Wasser-Zement-Wert, Gesteinskörnung und Sieblinie, Prüfkörperform und Prüfversuchsart, Alter des Betons, Lagerung des Probekörpers, Feuchtgehalt des Betons). Die gleichen Parameter beeinflussen die Zugfestigkeit des Betons. Wegen der Vielzahl der Einflussgrößen ist sie starken Streuungen unterworfen. Viele dieser Parameter sind auch maßgebend für die Druckfestigkeit, die als wesentlicher Parameter für die Einteilung des Betons in verschiedene Güteklassen gewählt wurde. Die Zugfestigkeit des Betons wird daher in Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit angegeben. Der Zusammenhang ist unterproportional und wird üblicherweise für normalfeste Betone angegeben mit

$$f_{ct} = c \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2-1)$$

wobei

- f_{ct} Zugfestigkeit des Betons (*c*oncrete, *t*ensile strength)
- c Konstante, sie wird in DIN 1045-1 für den Mittelwert der Betonzugfestigkeit mit 0,3 angegeben.
- f_{ck} charakteristische Zylinderdruckfestigkeit des Betons (*c*oncrete, *k* für charakteristisch), (siehe Kapitel 5)

2.1.2 Verhalten des Betons auf Druck

Beton besteht aus Zementleim (Zement und Wasser) und Gesteinskörnern. Druckspannungen bzw. -kräfte werden hauptsächlich über das Korngerüst übertragen. An einem allein mit Kies gefülltem Stahlrohr kann man die Tragwirkung erkennen (Bild 2-3).

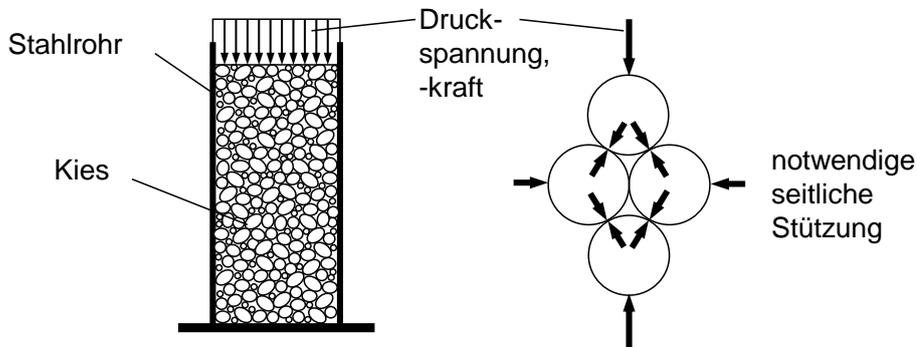


Bild 2-3 Tragmodell Kiessäule

In dem Modell wird ausschließlich die Kiessäule auf Druck beansprucht. Die einzelnen Körner übertragen die Kräfte über Kontakt. Infolge schräg gerichteter Kontaktkräfte ist eine seitliche Stützung erforderlich. Diese Stützungswirkung übernimmt in dem Modell das Stahlrohr.

Bei Beton ist ein solches Stahlrohr nicht erforderlich, dort sorgt der Zementleim für die Haftung der Körner untereinander. Der erstarrte Zementleim (= Zementstein) wird in Querrichtung, senkrecht zur Richtung der Druckbeanspruchung der reinen Betonstütze, auf Zug beansprucht. Bei einer Beanspruchungshöhe von etwa 60% der Druckfestigkeit des Betons versagt allmählich die Klebewirkung (Haftung) zwischen einigen Gesteinskörnungen und der Zementsteinmatrix. Durch den Ausfall des Klebekontaktes entstehen zunächst Mikrorisse. Die zuvor an der Stelle eines Mikrorisses wirkenden Kräfte werden von benachbarten Bereichen übernommen. Mit wachsender Beanspruchung bilden sich weitere Mikrorisse, die sich zu vertikalen Spaltrissen vereinen. Letztlich können die horizontalen Kräfte nicht mehr auf Nachbarbereiche umgelagert werden und es kommt zum plötzlichen Zugversagen in Bauteilquerrichtung und damit auch zum plötzlichen Druckversagen in Richtung der Druckbeanspruchung.

Höhere Betonfestigkeiten können bei gleichen Zuschlagskörnungen nur durch eine verbesserte Haftung des Zementleimes und / oder durch eine sehr gleichmäßige Betonmatrix, die zu deutlich kleineren Zugspannungen in Querrichtung führt, erzielt werden. Bei hochfestem Beton wird die Haftung durch Zugabe von Mikrosilika deutlich erhöht, bei ultrahochfestem Beton wird u. a. zusätzlich eine sehr gleichmäßige Betonmatrix hergestellt. Letzterer ist allerdings noch der Forschung vorbehalten.

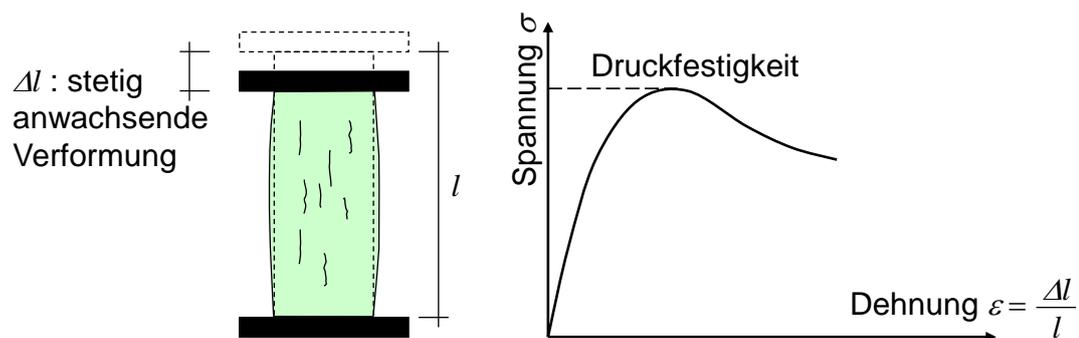


Bild 2-4 Werkstoffgesetz für Beton unter Druckbeanspruchung

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten eines Betonkörpers in einem Druckversuch ist in Bild 2-4 in einem Diagramm aufgetragen, das dem tatsächlichen Werkstoffverhalten entspricht. Diese Kennlinie entsteht, wenn der Betonprobekörper durch eine Druckspannung infolge einer stetig wachsenden Verformung beansprucht wird. Man erkennt, dass auch nach Überschreiten des Maximalwertes der Druckspannung (Druckfestigkeit) in dem so genannten abfallenden Ast noch Druckspannungen übertragen werden. Würde man in dem Versuch anstelle der Verformung (verformungs- oder weggesteuerter Versuch) stetig die Druckkraft (kraftgesteuerter Versuch) steigern, dann könnte man den abfallenden Ast nicht beobachten, da es zu einem plötzlichen Versagen ohne Vorankündigung kommt.

2.1.3 Verhalten des Stahls

Das Verhalten von Betonstahl kann sehr einfach im Zugversuch studiert werden, es ist in Bild 2-5 als Spannungs-Dehnungslinie (Werkstoffgesetz) dargestellt. Bis zur Streckgrenze bzw. bis zur 0,2%-Dehngrenze kann linearelastisches Verhalten beobachtet werden:

$$\sigma_s = E \cdot \varepsilon \quad (2-2)$$

Bei den heute üblichen, kaltverformten Stählen schließt sich unmittelbar der Verfestigungsbereich an. Das tatsächliche Verhalten des Stahl wird häufig durch ein idealisiertes, bilineares Werkstoffgesetz näherungsweise beschrieben.

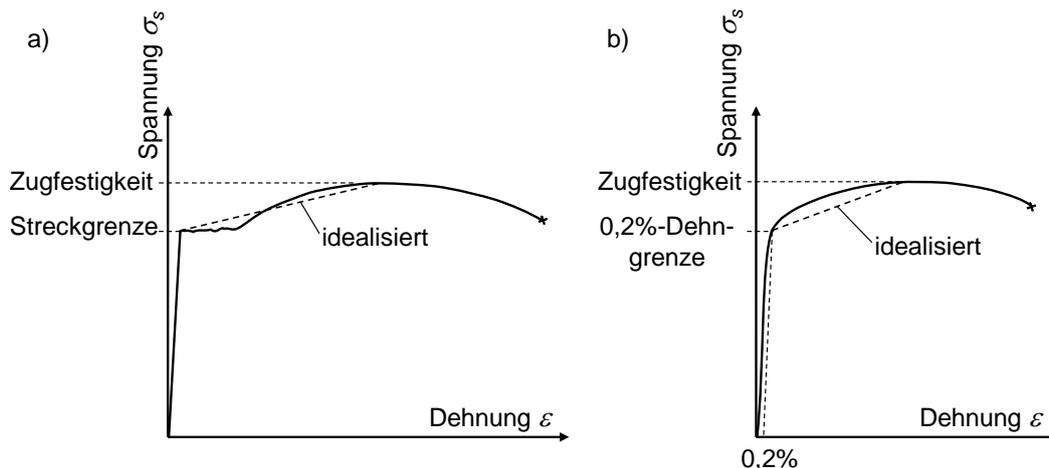


Bild 2-5 Typische Spannungs-Dehnungs-Diagramme für
a) warmverformten und
b) kaltverformten Betonstahl

Von entscheidender Bedeutung für die Berechnung statisch unbestimmter Systeme ist die Verformungskapazität bis zum Bruch, die auch als Duktilität bezeichnet wird. Infolge der Duktilität (Zähigkeit) können bei statisch unbestimmten Systemen Tragreserven geweckt werden, die nicht immer rechnerisch angesetzt werden und damit die Systemsicherheit über das nominale Sicherheitsniveau hinaus erhöhen.

2.1.4 Verbundverhalten des Stahlbetons

Die Werkstoffkomponenten Beton und Stahl wirken in einem Bauteil im Verbund, entsprechend ihren Eigenschaften werden Druckspannungen überwiegend vom Beton und Zugkräfte vom Stahl aufgenommen. Bei dieser Aufgabenteilung wird es notwendig, Kräfte zwischen Beton und Stahl durch Verbundwirkung zu übertragen. Beim Verbundverhalten müssen zwei Verbundarten unterschieden werden:

- verschieblicher Verbund und
- starrer Verbund

Verschieblicher Verbund entsteht, wenn infolge unterschiedlicher Dehnungen von Beton und Stahl eine Relativverschiebung (Schlupf) zwischen beiden Materialien stattfindet, wie zum Beispiel bei einem einbetonierten Bewehrungsstahl, der durch eine Zugkraft beansprucht wird. Dabei werden Kräfte (Spannungen) von dem Bewehrungsstahl über seine gerippte Oberfläche auf den umgebenden Beton übertragen. Es entstehen dreidimensionale Spannungsfelder: kegelförmige Druckspannungen und ringförmige Zugspannungen (Bild 2-6). In vielen Fällen genügt es, die zum Betonstahl parallelen Komponenten zu betrachten. Diese über den Stabumfang und einen Teil der Stablänge verteilten Kräfte werden auf die Mantelfläche des Bewehrungsstabes bezogen und ergeben damit die so genannte Verbundspannung. Je größer die Zugkraft im Bewehrungsstahl bzw. je größer der Verschiebungsweg (Schlupf, engl.: slip) zwischen Stahl und Beton ist, um so höher fällt zunächst die Verbundspannung aus.

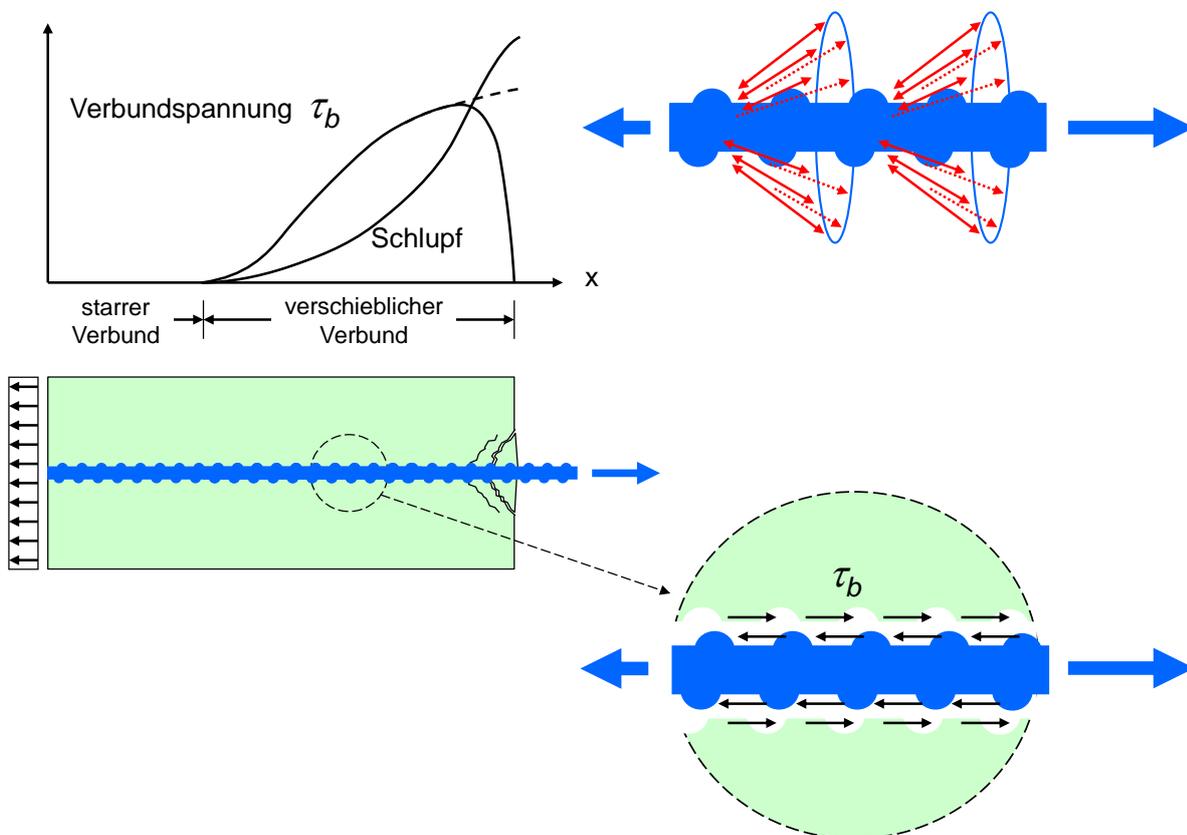


Bild 2-6 Verbundspannungen bei verschieblichem Verbund

Starrer Verbund liegt vor, sofern zwischen Beton und Stahl kein Schlupf (keine gegenseitige Verschiebung) entsteht. Das ist der Fall, wenn

- der Beton mit dem eingebetteten Bewehrungsstahl gleichmäßig auf Druck beansprucht wird oder
- der Beton und der Stahl gleiche Dehnungen bei Zugbeanspruchung erhalten, z. B. in ungerissenen Bauteilen oder Bauteilbereichen.

Da bei starrem Verbund keine Relativverschiebungen zwischen Beton und Betonstahl stattfinden, ergeben sich nur infolge von Momentenänderungen vernachlässigbar kleine Verbundspannungen, die wie Schubspannungen entsprechend der Technischen Mechanik für linear elastische Werkstoffe berechnet werden können.

2.2 Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen

Aus Stahlbeton lassen sich viele verschiedenartige Bauteile herstellen:

- Balken, Platten, Fundamente
- Stützen, Wände, Pfähle
- Scheiben, Schalen
- Kaltwerke und
- Zugglieder

Balken werden überwiegend quer zu ihrer Achse, Platten und Fundamente quer zu ihrer Mittelfläche beansprucht, es entstehen Querkräfte und Biegemomente. Stützen, Wände und Pfähle dienen in der Regel dem Abtrag vertikaler Lasten und werden überwiegend auf Druck beansprucht. Scheiben erhalten in ihrer Ebene Druck- und / oder Zugkräfte, Schalen werden überwiegend durch Membrankräfte (Druck und / oder Zug) in den verschiedenen Richtungen der Schalenmittelfläche beansprucht. Bei Kaltwerken entsteht eine kombinierte Platten- und Scheibentragwirkung. Reine Zugglieder werden im Stahlbetonbau eher selten ausgeführt.

Im Folgenden wird das Tragverhalten

- druckbeanspruchter
- zugbeanspruchter
- biegebeanspruchter und
- querkraftbeanspruchter

Bauteile aus Stahlbeton erläutert. Bei geringer Beanspruchung verhalten sich Stahlbetonbauteile weitestgehend wie Bauteile aus homogenen Werkstoffen nach der linearen Elastizitätstheorie. Bei etwas höherer Beanspruchung von biege- oder zugbeanspruchten Bauteilen bilden sich in den Zugbereichen aufgrund der geringen Betonzugfestigkeit Risse, häufig schon im Gebrauchszustand. Infolge der Rissbildung weicht das Tragverhalten deutlich von dem linearelastischen Verhalten ab. Übermäßige Rissbreiten müssen im Gebrauchszustand vermieden werden (siehe Abschnitt 4), da dann der Korrosionsschutz und damit die Dauerhaftigkeit deutlich vermindert werden.

Für den Nachweis der Tragsicherheit ist ein ausreichender Sicherheitsabstand zum Bruchzustand zu gewährleisten, siehe dazu Abschnitt 3. Im Bruchzustand versagt

- der Beton auf Druck,
- der Stahl auf Zug (selten auf Druck) oder
- der Verbund zwischen Stahl und Beton.

Der Nachweis der Tragsicherheit wird als Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit geführt. Für diesen Grenzzustand wird die Tragfähigkeit des Betons, des Stahls und / oder des Verbundes mit den geplanten Bauteilabmessungen, insbesondere den Querschnitten von Stützen, Balken usw. für die vorhandene Beanspruchung unter Beachtung der notwendigen Sicherheitsabstände nachgewiesen.

Häufig sind die Querschnitte oder Teile derselben vor diesem Nachweis noch nicht bekannt. Dann wird der Nachweis so umformuliert, dass sich die erforderlichen Abmessungen ergeben. An Stelle vom Nachweis spricht man dann von der Bemessung der Bauteile. In den folgenden Abschnitten werden das Tragverhalten und die Versagungsmechanismen wesentlicher Bauteile zum besseren Verständnis qualitativ beschrieben. Die detaillierten Berechnungen, Nachweise und Bemessungen werden in den Abschnitten 3 bis 13 behandelt.

2.2.1 Stahlbetonbauteile unter Druckbeanspruchung

Auch wenn Stützen oder andere auf Druck beanspruchte Bauteile aus Beton auf Grund der ausreichend hohen Betondruckfestigkeit ohne Bewehrung (unbewehrt) hergestellt werden könnten, so ist dies doch die Ausnahme. Durch eine Betonstahlbewehrung kann die Tragfähigkeit erheblich gesteigert bzw. die Querschnittsabmessungen reduziert werden. Weiterhin kann die Tragfähigkeit einer Stütze bei gleichen Querschnittsabmessungen sehr einfach durch Bewehrung der Beanspruchung angepasst werden. So können zum Beispiel Stützen eines Gebäudes trotz unterschiedlicher Normalkräfte innerhalb eines Geschosses oder von einem zum nächsten Geschoss durch Zugabe jeweils unterschiedlicher Bewehrungsmengen mit gleichen Betonabmessungen hergestellt werden. Dies bietet nicht allein Vorteile aus architektonischer Sicht, sondern auch beim Herstellungsprozess, da gleiche Stützenschalungen mehrfach verwendet werden können. Weiterhin erhöht sich mit der Bewehrung die Sicherheit gegenüber unplanmäßigen Biegebeanspruchungen oder außergewöhnlichen Beanspruchungen.

In Bild 2-7 ist ein druckbeanspruchtes, nicht stabilitätsgefährdetes Stahlbetonbauteil dargestellt. Aufgrund des Verbundes von Stahl und Beton werden beide Baustoffe gleichermaßen verformt, in diesem Fall gleichmäßig gestaucht. Die einwirkende Normalkraft teilt sich entsprechend den Dehnsteifigkeiten des Beton- und Stahlquerschnitts, die aus den Teilquerschnitten und den Werkstoffgesetzen von Beton und Stahl (siehe Bild 2-4 und Bild 2-5) ermittelt werden, auf diese beiden Komponenten auf. Die prozentuale Aufteilung der Kräfte auf Beton und Stahl ist in jeder Phase der Belastung unterschiedlich.

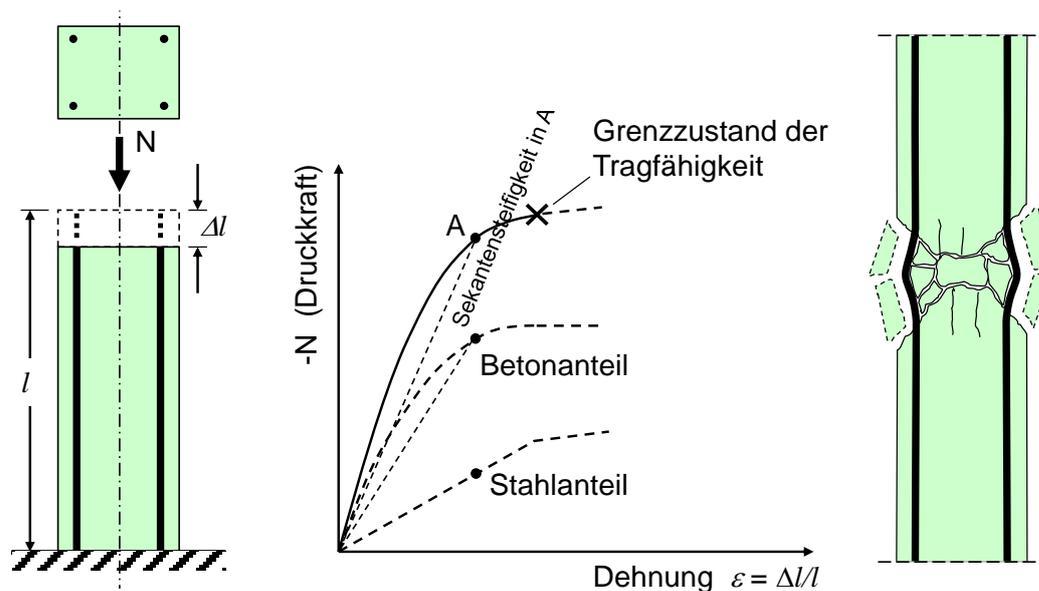
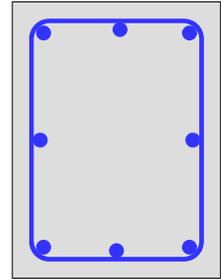


Bild 2-7 Kraft-Verformungsverhalten eines druckbeanspruchten Stahlbetonbauteils

Bei Stützen oder anderen Bauteilen, die überwiegend auf Druck beansprucht werden, beobachtet man ein plötzliches Versagen ohne Vorankündigung. Der Versagensprozess wird durch den Beton ausgelöst. Es bilden sich in vertikaler Richtung Mikrorisse (vgl. hierzu Bild 2-4), die zunächst zum seitlichen Abplatzen der Betondeckung führen (Bild 2-7). Infolge dieser Querschnittsschwächung ist der verbleibende Bauteilbereich nicht in der Lage, der Beanspruchung zu widerstehen. Da die vorhandene Bewehrung kurz vor dem Bruch schon fast bis an die Streckgrenze beansprucht war, ergeben sich auch auf der Stahlseite keine Tragreserven. Am Ende des Versagensprozesses knicken die Stabstahleinlagen aus. Der Bruch verläuft insgesamt schlagartig.

Bei schlanken Stützen kann ein Stabilitätsversagen durch seitliches Ausweichen der Stütze entstehen, noch bevor die Tragfähigkeit des Stützenquerschnittes erreicht ist.

Nachfolgend soll ein Beispiel in die Bemessung von nicht stabilitätsgefährdeten Stützen einführen (wird in der Vorlesung vorgetragen!). Die Abmessungen des Stützenquerschnitts betragen 30x40 cm, die Betonfestigkeitsklasse ist C35/45. Der Querschnitt ist mit 8 Betonstabstählen des Durchmessers 20 mm wie dargestellt bewehrt. Der umschließende Bügel ist als konstruktives Element notwendig, aber für die Bestimmung der Tragfähigkeit ohne Einfluss. Einige Parameter werden hier ohne weitere Ermittlung als gegeben vorausgesetzt.



Der Bemessungswert der Betondruckfestigkeit beträgt:

Der Bemessungswert der Stahlstreckgrenze lautet:

Es darf die Bruttoquerschnittsfläche des Betons angesetzt werden, sie beträgt:

Die Stahlquerschnittsfläche ergibt sich zu:

Durch die gemeinsame Stauchung von Beton und Stahl werden in beiden Werkstoffen Widerstände aktiviert. Der maximale Widerstand, also die Tragkraft bzw. die aufnehmbare Normalkraft (später mit N_{Rd} bezeichnet), ergibt sich aus der Summe der jeweils maximalen Traganteile von Beton und Stahl:

In der üblichen Bemessungspraxis wird die erforderliche Betonstahlmenge gesucht, sie ist also nicht vorgegeben. Für diesen Fall können die Formeln nach der Bewehrungsmenge umgeformt werden (Dafür sind Formeln geeignet! Sie sollten sich keine Formeln merken, immer nur die einfachen mechanischen Zusammenhänge. Sie sollten aber für den Fall, dass eine Formel mal umgestellt werden muss, in der Lage sein, sie hinzuschreiben, um sie anschließend umzuformen!).

2.2.2 Stahlbetonbauteile unter Zugbeanspruchung

Das Kraft-Dehnungsverhalten eines Stahlbetonzugstabes ist schematisch in Bild 2-8 dargestellt.

Man erkennt vier Bereiche der Kraft-Dehnungs-Linie (durchgezogene Linie):

- Der ungerissene Bereich hat eine große Anfangssteifigkeit, der sich nur vor der Rissbildung einstellt.
- Im Bereich der Rissbildungsphase, auch Phase der Erstrissbildung genannt, entstehen nahezu alle Risse. Je nach Versuchsdurchführung stellt sich entweder ein stufenförmiger Anstieg (Versuch mit stetiger Zunahme der Kraft) oder ein sägezahnartiger Verlauf (Versuch mit stetiger Zunahme der Verformung) ein. Im Bild 2-8 ist nur ein idealisierter, leicht ansteigender Verlauf dargestellt. Der Verlauf kann näherungsweise auch horizontal angenommen werden.
- Der Bereich der abgeschlossenen Rissbildung verläuft näherungsweise linear. Die Rissbreiten nehmen zu, es entstehen nahezu keine neuen Risse. Die Kraftaufnahme wird allein durch den Betonstahl bestimmt, bis dieser seine Streckgrenze erreicht.

- Im Bereich oberhalb der Streckgrenze des Betonstahls ergibt sich bis zum Erreichen seiner Zugfestigkeit (Bruch) ein leichter Anstieg der Kraft bei gleichzeitig großen Dehnungen.

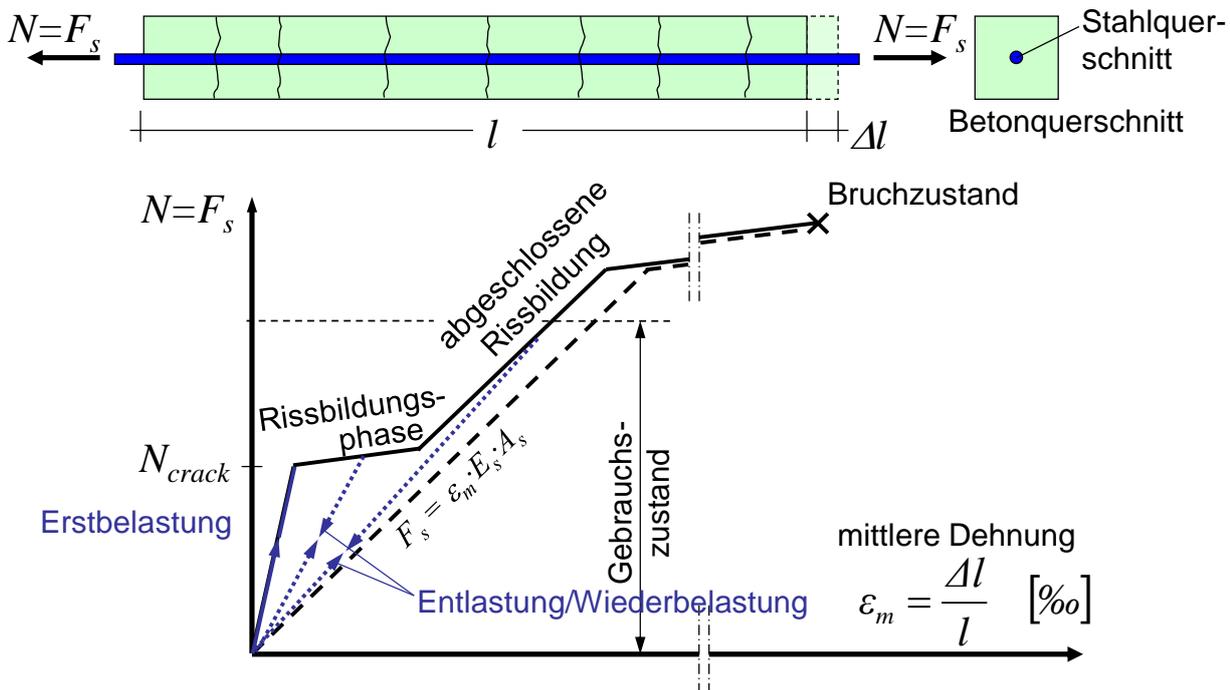


Bild 2-8 Arbeitslinie (Kraft-Dehnungs-Beziehung) eines Stahlbetonzugstabes

Die Rissbildung ist schon im Bereich des Gebrauchszustandes zu beobachten. An den jeweiligen Rissquerschnitten muss der Stahl allein die äußere Beanspruchung aufnehmen. Bei einer bestimmten Beanspruchung oberhalb des Gebrauchszustandes erreicht der Stahl die Streckgrenze. Eine weitere Laststeigerung ist nur noch in geringem Umfang möglich. Das Bauteilversagen kündigt sich in dieser Phase durch starke Verformungen (breite Risse) deutlich an. Beim Erreichen der Zugfestigkeit des Stahls tritt der Bruch durch Zerreißen der Stahleinlagen ein.

An dieser Stelle ist es wichtig festzuhalten, dass nennenswerte Kräfte im Bewehrungsstahl erst dann entstehen, wenn der Beton gerissen ist. Der Übergang in den gerissenen Zustand II im Gebrauchszustand stellt keinen Mangel im Sinne der VOB dar, solange die Rissbreiten auf ein zulässiges Maß beschränkt bleiben. Stahlbeton wird auch als gerissener Baustoff bezeichnet, weil seine volle Tragfähigkeit erst nach der Rissbildung ausgenutzt werden kann. Die notwendige Beschränkung der Rissbreiten im Gebrauchszustand wird in späteren Abschnitten behandelt.

2.2.3 Stahlbetonbauteile unter Biegebeanspruchung

Für ein Biegebauteil zeigt die Arbeitslinie in Bild 2-9 ein Verformungsverhalten, welches dem des Zugstabes sehr ähnlich ist. Im oberen Bereich der Arbeitslinie kann sich der verflachende Verlauf wegen des nicht linearen Verlaufes des Beton-Werkstoffgesetzes (vgl. Bild 2-4) und der Abnahme des Hebelarms der inneren Kräfte ergeben. Die Arbeitslinie eines Biegebauteiles wird auch Momenten-Krümmungs-Beziehung genannt.

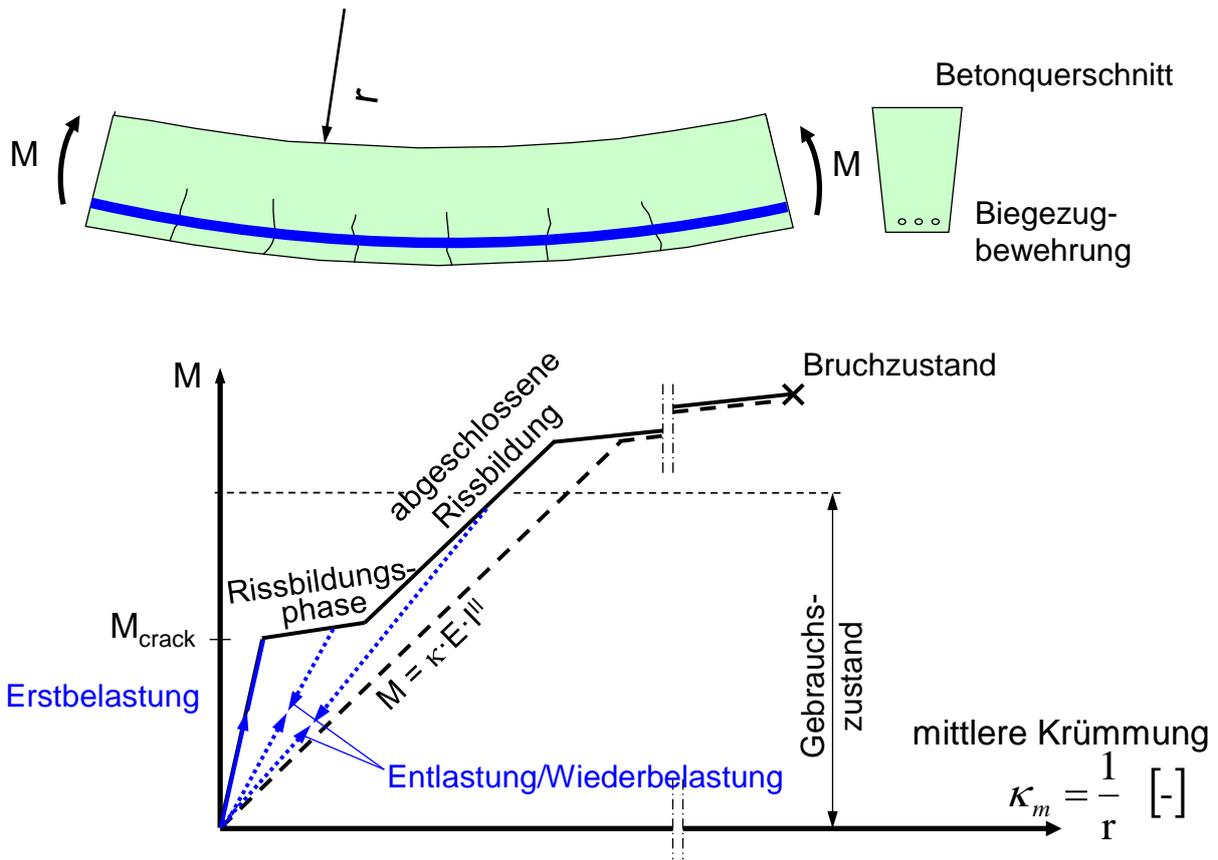


Bild 2-9 Arbeitslinie (Momenten-Krümmungs-Beziehung) eines Stahlbetonbalkens

Der Bruch eines Biegebauteils entsteht entweder durch Versagen des Betons in der Biegedruckzone oder durch Versagen des Stahls auf der Biegezugseite: Bei ausreichend gewählter Bewehrung erreicht der Beton seine Bruchdehnung und versagt durch Zerstörung der Druckzone (Bild 2-10). Bei geringer Bewehrung und ausreichend großer Betondruckzone ist ein Versagen der Biegezugseite mit durchtrennter Bewehrung (Bild 2-11) eher selten zu beobachten. Infolge der großen Dehnung auf der Biegezugseite schnürt sich in vielen Fällen die Druckzone ein und der Beton versagt letztendlich infolge der übermäßigen Stahldehnung. Auch bei Biegebauteilen kündigt sich das Versagen durch übermäßige Rissbildung bzw. Verformung an.

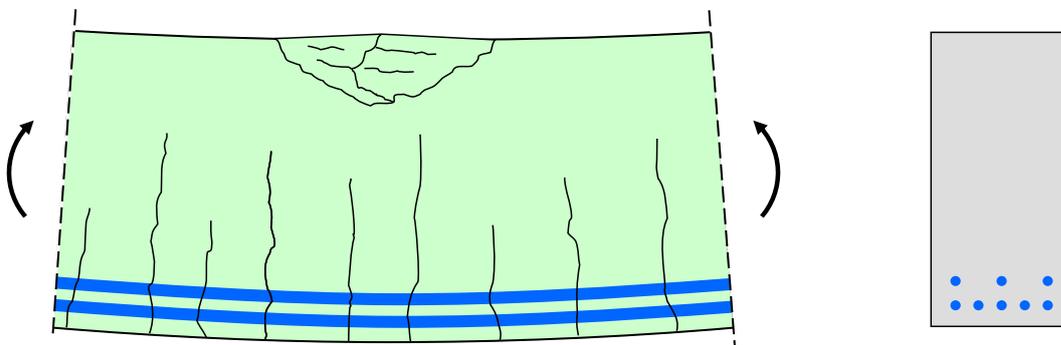


Bild 2-10 Biegedruckbruch: Zerstörung der Druckzone

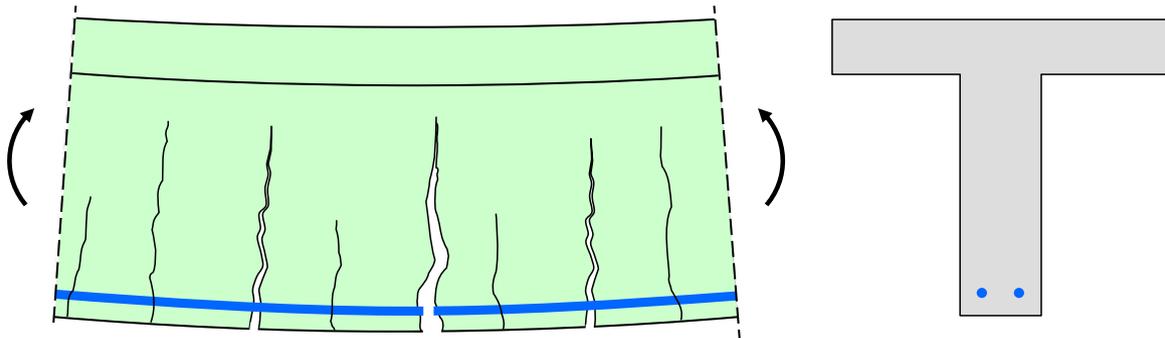
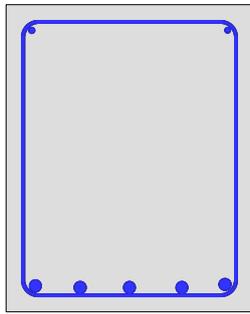


Bild 2-11 Biegezugbruch: übermäßige Dehnung in der Zugzone (erkennbar durch sich weit öffnende Risse) ohne oder mit Bruch der Bewehrung

In einem zweiten Einführungsbeispiel (wird in der Vorlesung vorgetragen!) wird das aufnehmbare Biegemoment eines Balkenquerschnittes bestimmt.



Es wird zunächst angenommen, dass der Betonstahl mindestens bis zur Streckgrenze ausgenutzt werden kann. Die aufnehmbare Zugkraft aller Stahleinlagen beträgt dann:

Auf der Biegedruckseite ergibt sich über die Höhe der Druckzone eine Spannungsverteilung entsprechend dem Werkstoffgesetz des Betons (Werkstoffgesetze werden in Abschnitt 5.4 behandelt). Auch hier nehmen wir an, dass die Spannung am oberen Bauteilrand den Bemessungswert der Betondruckfestigkeit erreicht. Da uns dieser Verlauf für die Bestimmung der resultierenden Druckkraft noch recht kompliziert erscheint, wählen wir eine recht grobe Vereinfachung für die Spannung. Aufgrund der Näherung verwenden wir nur 95% der Betondruckfestigkeit. Damit beträgt die resultierende Druckkraft:

Die Höhe des rechteckigen Spannungsblockes ist noch unbekannt. Aus der Bedingung, dass bei reiner Biegung die Zugkraft gleich der Druckkraft im Querschnitt sein muss, kann die unbekannte Höhe bestimmt werden:

Da die Höhe der rechteckförmigen Spannung relativ klein ist, können die obigen Annahmen bezüglich der Ausnutzung der Werkstoffe als zutreffend bestätigt werden (der genaue Nachweis muss an dieser Stelle zurückgestellt werden).

Damit können nun für beide Kräfte auch ihre Abstände zur Schwerachse ermittelt werden:

Abschließend ergibt die Summe der Momente um die Schwerachse das aufnehmbare Moment:

3 Sicherheit der Tragkonstruktionen

3.1 Grundlagen des Sicherheitskonzeptes

Tragwerke müssen ihre Funktion innerhalb einer geplanten Nutzungsdauer unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Gesichtspunkte ausreichend sicher erfüllen. 100%ige Sicherheit mit unbegrenzter Lebensdauer gibt es nicht, da einerseits die Festigkeiten von Baustoffen nicht mit absoluter Zuverlässigkeit gegeben und diese der Materialermüdung sowie Umwelteinflüssen ausgesetzt sind, und andererseits Größtwerte von Einwirkungen nicht zuverlässig vorhergesehen werden können. Auch Ungenauigkeiten in den Berechnungsmodellen bei der Ermittlung der Schnittgrößen und des Bauteilwiderstandes müssen erfasst werden.

Vom Ausschuss „Sicherheit von Bauwerken“ des Normenausschusses Bauwesen im DIN sind unter Beachtung technischer und wirtschaftlicher Belange die zulässigen Versagenswahrscheinlichkeiten in [10] festgelegt. Für übliche Bauwerke darf die Versagenswahrscheinlichkeit innerhalb eines Bezugszeitraumes von einem Jahr nicht größer als $1,0 \cdot 10^{-6}$ betragen. Das in diesem Kapitel vorgestellte Sicherheitskonzept der EN 1990 in Verbindung mit DIN EN 1990/NA gewährleistet die Einhaltung dieser in [10] festgelegten Versagenswahrscheinlichkeiten.

Zu unterscheiden sind für Tragwerke die Anforderungen an die

- Tragfähigkeit,
- Gebrauchstauglichkeit und
- Dauerhaftigkeit,

die erfüllt werden durch die

- Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit (GZT),
- Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (GZG) und
- Beachtung von Bewehrungs- und Konstruktionsregeln in Verbindung mit den Nachweisen in den Grenzzuständen.

Die Dauerhaftigkeit ist eine ganz wesentliche Voraussetzung dafür, dass die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Tragwerken auch dauerhaft sichergestellt ist. Ist sie nicht gewährleistet, kann vor dem rechnerischen Ende der Nutzungsdauer ein Versagen eintreten oder die Nutzung eingeschränkt sein. Beispielsweise führt eine mangelhafte Planung und / oder Ausführung einer Betondeckung zu einer frühzeitig eintretenden Stahlkorrosion, die nicht nur zu einem mangelhaften Erscheinungsbild führt, sondern auch mit dem Versagen der Tragkonstruktion vor dem Ende der Nutzungsdauer enden kann.

Grenzzustände sind Zustände, die in der Realität nicht an Hand von bestimmten Symptomen beobachtet werden können. Sie definieren vielmehr rechnerisch das Tragvermögen bzw. Grenzen für die Gebrauchstauglichkeit (Nutzungstauglichkeit). Im Grenzzustand der Tragfähigkeit eines Bauteiles (siehe Abschnitt 3.4) werden seine Beanspruchungen infolge von Einwirkungen mit der Beanspruchbarkeit seiner Baustoffe rechnerisch verglichen. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (siehe Abschnitt 3.5) wird ein bestimmtes Bauteilverhalten (Durchbiegung, Rissbreite usw.) infolge von Einwirkungen denjenigen Grenzwerten gegenübergestellt, die für die entsprechende Nutzung zulässig sind oder mit dem Bauherrn vereinbart wurden.

Zunächst werden die Einwirkungen und anschließend die Bauteilwiderstände in Abhängigkeit der Baustoffeigenschaften behandelt.

3.2 Einwirkungen

3.2.1 Arten von Einwirkungen

Einwirkungen auf Tragwerke resultieren überwiegend aus Lasteinwirkungen, z.B. Eigengewichts-, Verkehrs-, Wind- und Schneelasten sowie Wasser- und Erddruck.

Seltener müssen Zwangseinwirkungen berücksichtigt werden, die sich nur an statisch unbestimmten Systemen infolge von eingprägten Verformungen und / oder eingprägten Verzerrungen einstellen. Als Beispiele seien hier Temperatureinwirkungen, Kriechen und Schwinden sowie Verschiebungen und Verdrehungen von Auflagern oder Einspannungen (z.B. durch Setzungen) genannt.

Einwirkungen lassen sich entsprechend Tabelle 3-1 verschiedenen Gruppen zuordnen.

Tabelle 3-1 Unabhängige Einwirkungsgruppen

Ständige Einwirkungen	Veränderliche Einwirkungen $Q_{k,i}$
<ul style="list-style-type: none"> - Eigenlasten G_k - Vorspannung P_k 	<ul style="list-style-type: none"> - Nutzlasten, Verkehrslasten $Q_{k,N}$ - Schneelasten $Q_{k,S}$ - Windlasten $Q_{k,W}$ - Temperatureinwirkungen $Q_{k,T}$ - Erddruck $Q_{k,E}$ - Wasserdruck $Q_{k,H}$ - Baugrundsetzung $Q_{k,A}$
Außergewöhnliche Einwirkungen A_k	Vorübergehende Einwirkungen
<ul style="list-style-type: none"> - Anprall - Explosion - Bergsenkung - Erdbeben 	<ul style="list-style-type: none"> - Einwirkungen während der Bauausführung - Montagelasten - Einbauten (nicht dauernd vorhanden) - Ablagerungen (z.B. Staub)

3.2.2 Charakteristische Werte der Einwirkungen: F_k

Für die Bemessung von Tragwerken in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit sind charakteristische Werte der Einwirkungen von Interesse. Sie sind entweder Mittelwerte, obere bzw. untere Grenzwerte oder Nennwerte. Die Werte der Einwirkungen sind Schwankungen unterworfen, was am Beispiel der Schneelasten im Folgenden verdeutlicht werden soll.

An jedem geographischen Ort in unseren Breiten gibt es in jedem Winter einen Größtwert der Schneelast. Dieser kann aus einem einzigen Schneefallereignis oder aus der Schneeanhäufung mehrerer Schneefallereignisse resultieren. Diese Jahresgrößtwerte werden über mehrere Jahrzehnte statistisch erfasst. Daraus könnte sich qualitativ die Häufigkeitsverteilung nach Bild 3-1 ergeben.

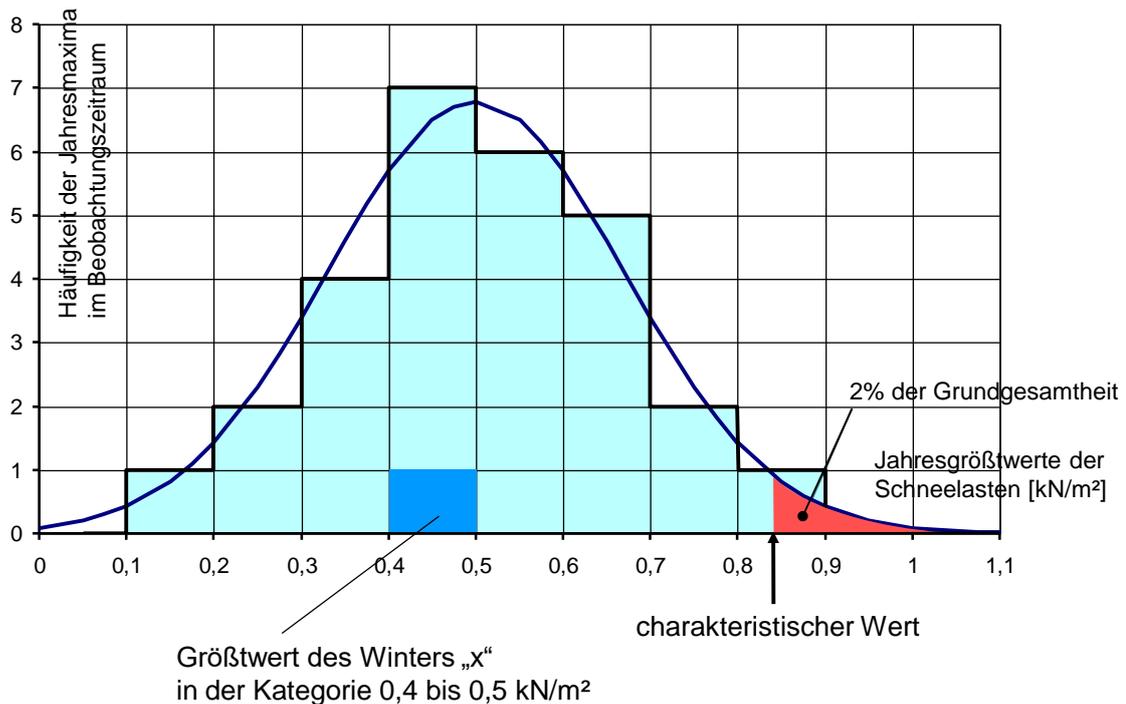


Bild 3-1 Häufigkeitsverteilung von Schneelasten

Es muss für den jeweils betrachteten geographischen Ort ein charakteristischer Wert der Schneelast festgelegt werden, der einerseits nur selten eintritt, aber andererseits nicht aus übertriebener Sicherheit zu unwirtschaftlich dimensionierten Konstruktionen führt.

Die charakteristischen Werte von veränderlichen Einwirkungen Q_k ergeben sich nach dem Eurocode 1 [11] (bisher nach DIN 1055-100 [13]) aus den 98%-Fraktilwerten. Diese bedeuten, dass innerhalb eines Jahres mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% die Last kleiner ausfällt als der charakteristische Wert, oder anders ausgedrückt: die Wiederkehrperiode der Berechnungslast beträgt durchschnittlich 50 Jahre.

Für die ständigen Einwirkungen genügt in der Regel (bei einem Variationskoeffizient $\leq 0,1$) ein charakteristischer Wert G_k , der sich z.B. bei Eigenlasten aus den Nennmaßen und den jeweiligen mittleren Dichten der Baustoffe errechnet. Nur wenn in Ausnahmefällen der Variationskoeffizient $> 0,1$ ist, sind ein oberer und ein unterer charakteristischer Wert $G_{k,sup}$ bzw. $G_{k,inf}$ zu unterscheiden.

3.2.3 Repräsentative Werte von veränderlichen Einwirkungen

Bei veränderlichen Einwirkungen unterscheidet man zusätzlich zu den charakteristischen Werten in Abhängigkeit von der Wahrscheinlichkeit des Auftretens drei repräsentative Werte (drei unterschiedlich große Anteile der charakteristischen Einwirkungen):

- den Kombinationswert $\psi_0 \cdot Q_k$
- den häufigen Wert $\psi_1 \cdot Q_k$
- den quasi-ständigen Wert $\psi_2 \cdot Q_k$

einer veränderlichen Einwirkung (Bild 3-2).

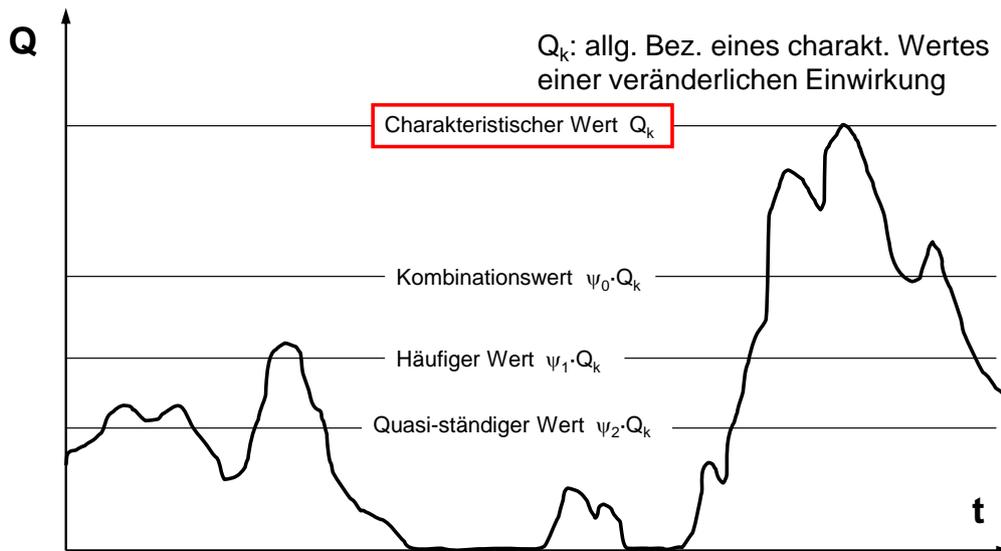


Bild 3-2: Repräsentative Werte einer veränderlichen Einwirkung

Müssen mehrere, voneinander unabhängige, veränderliche Einwirkungen berücksichtigt werden, so erscheint es nicht sinnvoll, die charakteristischen Werte in jeweils voller Höhe zu addieren, da es unwahrscheinlich ist, dass alle veränderlichen Einwirkungen mit ihren Größtwerten gleichzeitig eintreten. Diese geringere Wahrscheinlichkeit bei der Kombination mehrerer unabhängiger veränderlicher Einwirkungen wird durch die Abminderung der charakteristischen Werte der veränderlichen Einwirkungen mit den sogenannten ψ -Beiwerten nach Tabelle 3-2 berücksichtigt.

Tabelle 3-2 Kombinationsbeiwerte für Hochbauten (Tabelle NA.A.1.1 DIN EN1990/NA:2010-12)

Einwirkung	Kombinationsbeiwert		
	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nutzlasten ^{a)}			
- Kategorie A: Wohn- und Aufenthaltsräume	0,7	0,5	0,3
- Kategorie B: Büros	0,7	0,5	0,3
- Kategorie C: Versammlungsräume	0,7	0,7	0,6
- Kategorie D: Verkaufsräume	0,7	0,7	0,6
- Kategorie E: Lagerräume	1,0	0,9	0,8
Verkehrslasten			
- Kategorie F: Fahrzeuggewicht ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
- Kategorie G: 30 kN \leq Fahrzeuggewicht ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
- Kategorie H: Dächer	0	0	0
Schnee- und Eislasten			
- Orte bis NN + 1000m	0,5	0,2	0
- Orte über NN + 1000m	0,7	0,5	0,2
Windlasten	0,6	0,2	0
Temperatureinwirkungen (nicht Brand)	0,6	0,5	0
Baugrundsetzungen	1,0	1,0	1,0
Sonstige Einwirkungen ^{b) c)}	0,8	0,7	0,5

^{a)} Abminderungen von Nutzlasten in mehrgeschossigen Hochbauten siehe DIN EN 1991-1-1
^{b)} Flüssigkeitsdruck ist im allgemeinen als eine veränderliche Einwirkung zu behandeln, für die die ψ -Beiwerte standortbedingt festzulegen sind. Flüssigkeitsdruck, dessen Größe durch geometrische Verhältnisse begrenzt ist, darf als eine ständige Einwirkung behandelt werden, wobei alle ψ -Beiwerte gleich 1,0 zu setzen sind.
^{c)} ψ -Beiwerte für Maschinenlasten sind betriebsbedingt festzulegen.

Der häufige Wert einer Einwirkung $\psi_1 \cdot Q_k$ bedeutet in der Regel, dass die Überschreitungshäufigkeit auf 300 mal bzw. auf 5% pro Jahr begrenzt ist. Der quasi-ständige Wert $\psi_2 \cdot Q_k$ kann als zeitlicher Mittelwert betrachtet werden.

3.3 Baustoffeigenschaften

Auf der Bauteilseite müssen die charakteristischen Werte der Baustoffeigenschaften X_k bekannt sein. In der Regel beschreiben Festigkeitswerte das Versagen eines Baustoffes. Die Festigkeitswerte oder andere charakteristische Baustoffeigenschaften sind ähnlich wie bei den Einwirkungen statistisch verteilt. Die charakteristischen Baustoffeigenschaften sind im Allgemeinen die 5% Quantilwerte, d.h. nur 5% aller denkbaren Materialproben (5% der Grundgesamtheit) unterschreiten die charakteristischen Werte.

Die Streuung der Baustoffeigenschaften unterschiedlicher Materialien ist verschieden, für Beton ist sie relativ groß, für Stahl relativ gering.

3.4 Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit (GZT)

Für Bauwerke oder deren Bauteile muss eine ausreichende Sicherheit gegenüber

- dem Versagen des Tragwerks oder seiner Teile (z.B. durch Bruch, übermäßige Verformung oder Stabilitätsversagen),
- dem Verlust der Lagesicherheit (Abheben, Aufschwimmen oder Umkippen) und
- dem Versagen durch Materialermüdung und andere zeitabhängige Vorgänge nachgewiesen werden.

In den Grenzzuständen der Tragfähigkeit gibt es

- ständige Situationen, die den üblichen Nutzungsbedingungen aus ständigen und veränderlichen Einwirkungen entsprechen,
- vorübergehende Situationen, die zeitlich begrenzt sind, z.B. Bauzustände, und
- außergewöhnliche Situationen, die infolge von außergewöhnlichen Einwirkungen (Brand, Explosion, Anprall) entstehen.

Für diese Situationen sind die Bemessungswerte der Beanspruchung und des Tragwiderstandes festzulegen.

3.4.1 Nachweis gegen Versagen eines Tragwerkes oder seiner Teile

Nach EN 1990 + DIN EN 1990/NA (bisher DIN 1055-100, Anhang B [13]) darf die Versagenswahrscheinlichkeit innerhalb des Bezugszeitraumes von 50 Jahren höchstens $1,0 \cdot 10^{-4}$ betragen. Ein Nachweis mit einer Beanspruchung infolge von charakteristischen Werten der Einwirkungen einerseits und den charakteristischen Werten von Baustoffeigenschaften andererseits bietet noch keine ausreichende Sicherheit. Dies kann man sich an einem einfachen Beispiel überlegen: Innerhalb eines Gebäudes soll eine unbewehrte Betonstütze ausschließlich infolge einer einzelnen Einwirkung aus Nutzlasten unter Vernachlässigung eines geringen Eigengewichtes beansprucht werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass die charakteristische Einwirkung innerhalb des Bezugszeitraumes von 50 Jahren eintritt, erreicht fast 1,0. Von 100 gleichartig hergestellten und beanspruchten Stützen, müssten bei einer 5%-Quantile des Stützenbetons etwa 5 der 100 Stützen innerhalb des Bezugszeitraumes versagen. Das entspricht einer Versagenswahrscheinlichkeit von fast $0,05 \gg 1,0 \cdot 10^{-4}$.

Ein zusätzlicher Sicherheitsabstand zwischen den charakteristischen Werten der Beanspruchung und der Beanspruchbarkeit (Tragwiderstand) ist also vorzusehen. Mit zusätzlichen Sicherheitsfaktoren kann das erforderliche Sicherheitsniveau erreicht werden. Da Einwirkungen und Festigkeiten unterschiedlich starken Streuungen unterworfen sind, werden Teilsicherheits(faktoren)-beiwerte unterschiedlicher Größe eingeführt. Man erhofft sich mit diesem Konzept der Teilsicherheiten ein gleichmäßigeres Zuverlässigkeitsniveau als mit dem bisher im Betonbau üblichen Konzept der globalen Sicherheit.

Die Verwendung von Teilsicherheitswerten wird als semiprobabilistische Methode bezeichnet, semiprobabilistisch deshalb, weil der Zufallscharakter der Einwirkungen und der Baustoffeigenschaften über die charakteristischen Größen teilweise berücksichtigt wird. Eine streng probabilistische (wahrscheinlichkeitstheoretische) Betrachtung ist mit erheblichem Rechenaufwand verbunden und daher für die Bemessungspraxis ungeeignet. Die Teilsicherheitsbeiwerte sind so bestimmt, dass in etwa das Sicherheitsniveau einer probabilistischen Berechnung erreicht wird. Bei dem semiprobabilistischen Konzept von EN 1990 + DIN EN 1990/NA erfolgt der Nachweis im Grenzzustand mit deterministischen (festgelegten) Größen.

Für das Tragwerk entstehen die Bemessungswerte der Einwirkung aus den $\gamma_{F(orce)}$ -fachen Werten der einzelnen charakteristischen Einwirkungen:

$$F_{d(esign)} = \gamma_F \cdot F_k \quad (3-1)$$

Infolge der Bemessungswerte der Einwirkungen bzw. deren Kombination ergibt sich die Beanspruchung im Tragwerk (i.A. aus den Einwirkungen resultierende Schnittgrößen, Spannungen oder Dehnungen):

$$E_{d(esign)} = E\left(\gamma_{F,1} \cdot F_{k,1}; \gamma_{F,2} \cdot F_{k,2}; \dots\right) \quad \left(\quad\right) \text{ ist zu lesen: „als Funktion von“} \quad (3-2)$$

Aus den $1/\gamma_{M(material)}$ -fachen Werten der einzelnen charakteristischen Baustoffeigenschaften ergeben sich die Bemessungswerte der einzelnen Baustoffeigenschaften:

$$X_{d(esign)} = \eta \cdot X_k / \gamma_M \quad (3-3)$$

Bei einigen Baustoffen sind zusätzliche zeit-, feuchtigkeits- oder temperaturabhängige Abminderungsfaktoren η zu berücksichtigen.

Aus diesen Bemessungswerten der Baustoffeigenschaften bzw. deren Zusammenwirken ergibt sich der Bemessungswert des Tragwiderstandes (i.A. vom Bauteil aufnehmbare Schnittgrößen, Spannungen oder Dehnungen)

$$R_{d(esign)} = R\left(\eta_1 \cdot X_{k,1} / \gamma_{M,1}; \eta_2 \cdot X_{k,2} / \gamma_{M,2}; \dots\right) \quad (3-4)$$

Es ist nachzuweisen, dass der Bemessungswert der Beanspruchung E_d kleiner, höchstens gleich dem Bemessungswert des Tragwiderstandes (Beanspruchbarkeit) R_d bleibt:

$$E_d \leq R_d \quad (3-5)$$

Bild 3-3 gibt einen anschaulichen Überblick, wobei darauf hingewiesen wird, dass die Größen E_d und R_d aus wirtschaftlichen Überlegungen für die maßgebende Einwirkungskombination gleich gesetzt werden. Für diesen Fall ergibt sich der Grenzzustand der Tragfähigkeit und aus der Sicherheitszone wird die Nennsicherheitszone.

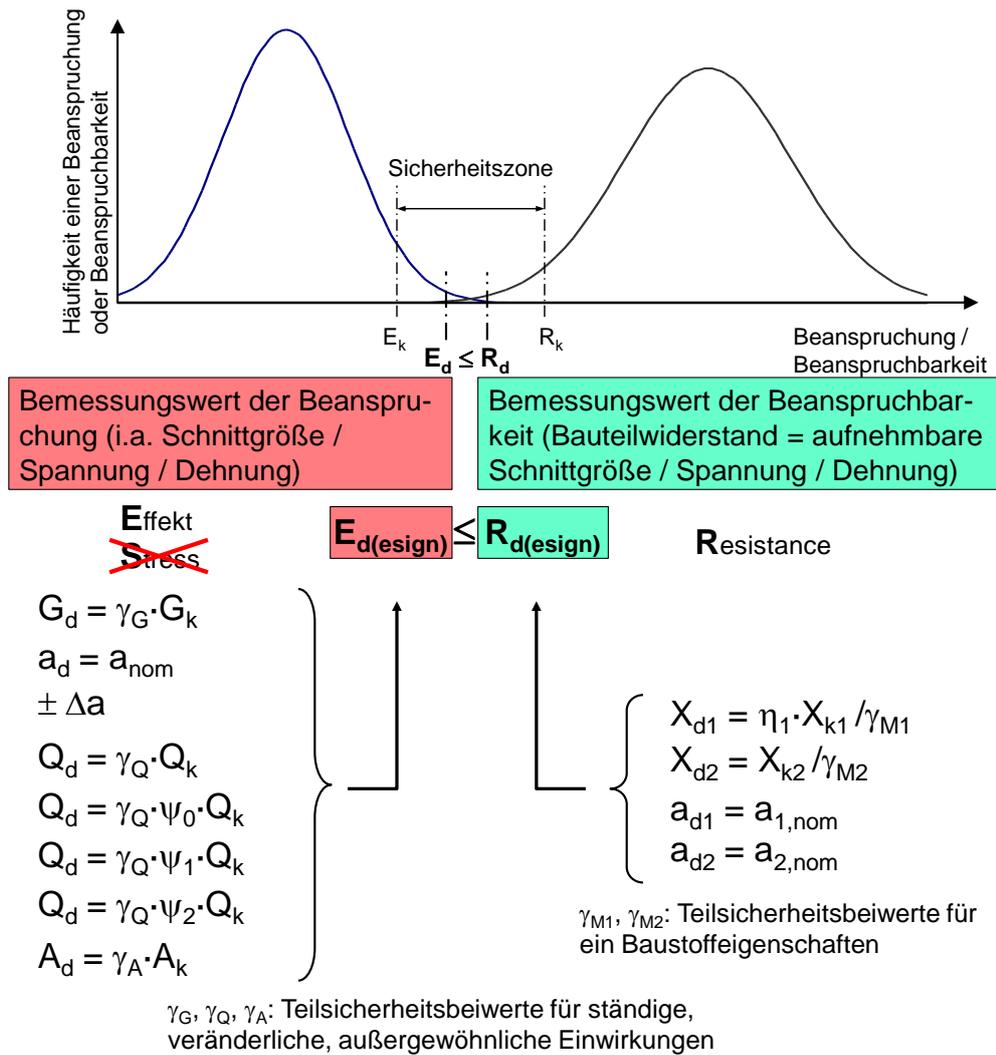


Bild 3-3 Veranschaulichung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit

Bemessungswerte der Beanspruchung (im Falle des Tragwerkversagens)

a) **Grundkombination für die ständige oder vorübergehende Situation**

- bei nur einer veränderlichen Einwirkung ergibt sich als Beanspruchung:

$$E_d = E \left(\sum \gamma_G \cdot G_k \oplus \gamma_P \cdot P_k \oplus \gamma_Q \cdot Q_k \right) \tag{3-6}$$

- bei mehreren veränderlichen Einwirkungen ergibt sich als Beanspruchung:

$$E_d = E \left(\sum \gamma_G \cdot G_k \oplus \gamma_P \cdot P_k \oplus \gamma_{Q,j} \cdot Q_{k,j} \oplus \sum_{i>1, i \neq j} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right) \tag{3-7}$$

In Gleichungen (3-6) und (3-7) sind:

- ⊕ ist zu lesen: „in Kombination mit“
- G_k charakteristischer Wert einer ständigen Einwirkung
- P_k charakteristischer Wert der Einwirkungen aus Vorspannung (Berücksichtigung der Vorspannung bei der Schnittgrößenermittlung)
- Q_k charakteristischer Wert einer veränderlichen Einwirkung
- $Q_{k,j}$ charakteristischer Wert der Leiteinwirkung

- $Q_{k,i}$ charakteristische Werte weiterer veränderlicher Einwirkungen
 γ_G Teilsicherheitsbeiwert der jeweiligen ständigen Einwirkung (Tabelle 3-3)
 γ_P Teilsicherheitsbeiwert für Einwirkungen aus Vorspannung (siehe Tabelle 3-3), bei nicht linear-elastischer Schnittgrößenermittlung sind obere und untere Grenzwerte gemäß EC2 [12] zu berücksichtigen
 $\gamma_{Q,j}, \gamma_{Q,i}$ Teilsicherheitsbeiwert für die Leiteinwirkung $Q_{k,j}$ und für weitere veränderliche Einwirkungen $Q_{k,i}$ (siehe Tabelle 3-3)
 ψ_0, ψ_1, ψ_2 Beiwerte nach Tabelle 3-2

Bei den veränderlichen Einwirkungen dürfen selbstverständlich nur die ungünstig wirkenden berücksichtigt werden, die entlastenden veränderlichen Einwirkungen erhalten den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_Q = 0$ entsprechend Tabelle 3-3.

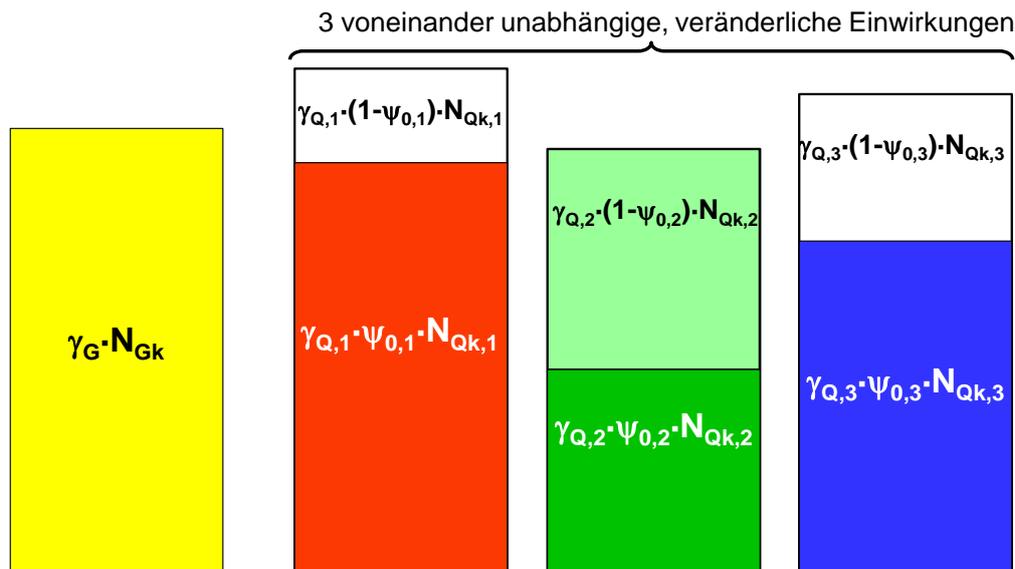
Die veränderliche Einwirkung $Q_{k,j}$ wird vorherrschende Einwirkung oder Leiteinwirkung genannt. Die veränderliche Einwirkung, die insgesamt zur größten Beanspruchung führt, ist die Leiteinwirkung. Sofern die Leiteinwirkung nicht offensichtlich erkennbar ist, muss Sie durch Probieren ermittelt werden.

Sie ist nicht zwangsläufig die größte der voneinander unabhängigen veränderlichen Einwirkungen. Bild 3-4 verdeutlicht beispielhaft an der Kombination von Normalkräften einer Stütze, dass die Normalkraft, die zur größten „Rest“beanspruchung $\gamma_{Q,i} \cdot (1 - \psi_{0,i}) \cdot N_{Qk,i}$ führt, die Leiteinwirkung darstellt, dort also $N_{Qk,2}$. Die $\psi_{0,i}$ fachen Anteile aller veränderlichen Einwirkungen und der „Rest“anteil der Leiteinwirkung sind zu „addieren“, um den Extremalwert der Beanspruchung E_d zu erhalten. Diese Betrachtung auf der Grundlage von Bild 3-4 ist allerdings nur bei linear-elastischer Schnittgrößenermittlung ohne oder mit Umlagerung oder bei statisch bestimmten Systemen zulässig.

Tabelle 3-3 Teilsicherheitsbeiwerte für Einwirkungen auf Tragwerke, $\gamma_{F(orce)}$ (EC2 [12])

Auswirkung	ständige Einwirkungen γ_G	veränderliche Einwirkungen γ_Q	Vorspannung $\gamma_p^{a,b}$
günstig	1,0	0	1,0
ungünstig	1,35	1,5	1,0

^a Sofern die Vorspannung aus Anker- und Umlenkkräften oder als einwirkende Schnittgröße berücksichtigt wird
^b Bezüglich des Teilsicherheitsbeiwerts für den Spannungszuwachs im Spannstahl bei Spanngliedern ohne Verbund siehe EC2



bei linearer Schnittgrößenermittlung mit/ohne Umlagerung gilt:

$$E_d = E \left(\sum \gamma_G \cdot G_k \oplus \gamma_P \cdot P_k \oplus \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \oplus \text{Max/Min}(\gamma_{Q,j} \cdot (1 - \psi_{0,j}) \cdot Q_{k,j}) \right)$$

Bild 3-4 Bestimmung der Leiteinwirkung über den größten Restanteil $\gamma_{Q,i} \cdot (1 - \psi_{0,i}) \cdot N_{Qk,i}$ (bei linear-elastischer Schnittgrößenermittlung)

Bei einer Beanspruchung durch eine Kombination von Schnittgrößen (z.B. Moment und Normalkraft) kann die Leiteinwirkung nur mit weiteren Überlegungen bestimmt werden.

Weiterhin ist zu beachten, dass die Leiteinwirkung an verschiedenen Nachweisstellen im Tragwerk aus jeweils unterschiedlichen veränderlichen Einwirkungen resultieren kann.

b) außergewöhnliche Kombination:

Die außergewöhnliche Kombination ist zusätzlich zu berücksichtigen, wenn außergewöhnliche Einwirkungen A_k auftreten.

$$E_{d,A} = E \left(\sum \gamma_{GA} \cdot G_k \oplus \gamma_P \cdot P_k \oplus A_d \oplus \psi_{1,j} \cdot Q_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1; i \neq j} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right) \tag{3-8}$$

Siehe Erläuterungen zu Gleichungen (3-6) und (3-7), weiterhin gilt:

- A_d Bemessungswert (festgelegter Wert oder $\gamma_A \cdot A_k$) der außergewöhnlichen Einwirkungen
- γ_{GA} wie γ_G , jedoch für außergewöhnliche Bemessungssituationen, $\gamma_{GA} = 1,0$, sofern nicht anders angegeben

Sowohl für die ständige/vorübergehende Kombination als auch für die außergewöhnliche Kombination ist weiterhin zu beachten:

Flüssigkeitsdruck ist im Allgemeinen als eine veränderliche Einwirkung anzusehen. Ist der Druck durch geometrische oder hydrologische Randbedingungen begrenzt, darf als oberer Teilsicherheitswert der einer ständigen Einwirkung verwendet werden (bisher DIN 1055-100, 6.1(9)).

Beanspruchungen aus Zwang sind grundsätzlich als veränderliche Einwirkungen einzustufen. Im Zustand des Versagens eines statisch unbestimmten Tragwerkes bilden sich in der Regel Fließgelenke aus, so dass die Beanspruchungen infolge der Zwangeinwirkungen bei dem dann vorhandenen quasi statisch bestimmten Tragwerk überwiegend verschwinden. Bei linearer Schnittgrößenermittlung und Annahme des ungerissenen Zustandes I darf für Zwangbeanspruchungen daher $\gamma_Q = 1,0$ gesetzt werden (EC2, bisher DIN 1045-1, 5.3.3(3)).

Bei linear-elastischer Berechnung der Schnittgrößen empfiehlt sich aus Gründen der Übersicht und Nachprüfbarkeit die Berechnung der Schnittgrößen lastfallweise unter 1,0fachen Einwirkungen. Bei der jeweiligen Bemessung an den üblichen Nachweisstellen im Tragwerk können anschließend die Teilsicherheitsbeiwerte γ_F und die ψ -Beiwerte berücksichtigt werden. Allerdings ist zu beachten, dass bei der Ermittlung der maßgebenden Stellen für maximale Feldmomente die γ_F fachen und ψ fachen Schnittgrößen zu verwenden sind.

Nutzlasten dürfen für sekundäre (Last weiterleitende) Tragglieder in Abhängigkeit von der Fläche oder der Anzahl der Geschosse nach der DIN EN 1990 abgemindert werden. Von der Abminderung in Abhängigkeit von der Anzahl der Geschosse darf nicht gleichzeitig mit der Berücksichtigung eines ψ -Beiwertes Gebrauch gemacht werden. Die Nutzlast aller Geschosse eines mehrgeschossigen Gebäudes ist als *eine* unabhängige veränderliche Einwirkung zu betrachten.

Bei mehrfeldrigen Tragkonstruktionen werden die Nutzlasten nur in den Feldern angeordnet, wo sie sich ungünstig auf die jeweilige Beanspruchung auswirken. Diese Felder können entsprechend Bild 3-5 mit Hilfe von Biegelinien leicht aufgespürt werden. Bei der Ermittlung von Querkräften darf unter den Voraussetzungen nach EC2, NCI Zu 5.1.3 (3) vereinfachend eine Vollbelastung aller Felder angenommen werden.

Für übliche Stahlbetonkonstruktionen sind die Eigengewichtslasten nicht feldweise wechselnd mit dem Sicherheitsbeiwert 1,35 oder 1,0 zu versehen. Zu untersuchen sind allerdings die Kombinationsfälle mit $\gamma_G = 1,35$ und $\gamma_G = 1,0$ jeweils für die Gesamtkonstruktion entsprechend Bild 3-6. Letzterer ist z.B. maßgebend für die extremale Lage der Momentennullstellen eines Durchlaufträgers, wie sie bei der erforderlichen Länge der Stützbewehrung benötigt werden. Kritisch zu betrachten sind z.B. auch kurze Felder von Durchlaufträgern, bei denen sich aus Eigengewichtslasten nur negative Momente, aus veränderlichen Einwirkungen aber positive Momente bilden.

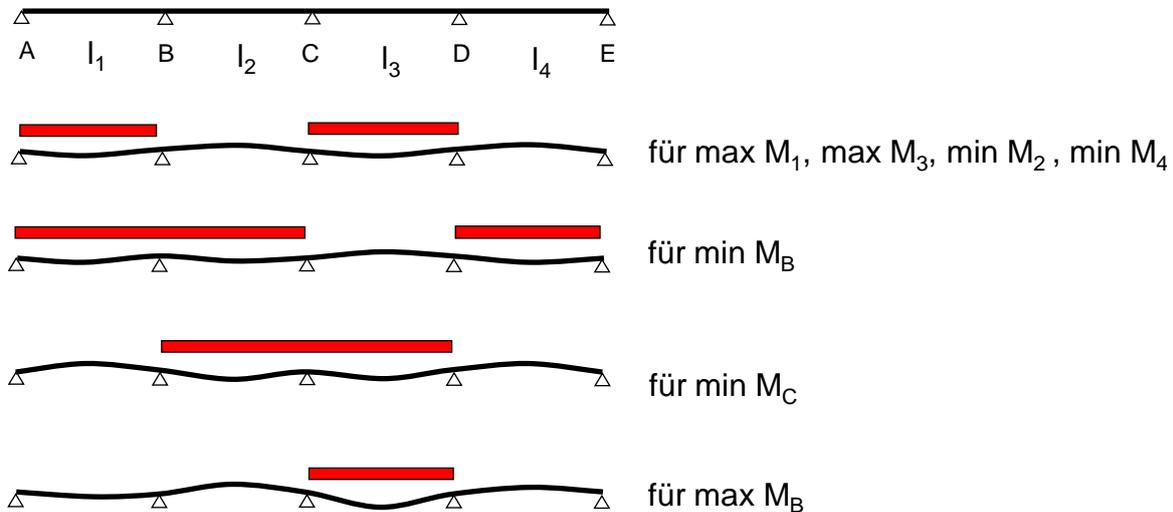


Bild 3-5 Ungünstige Anordnung veränderlicher Einwirkungen

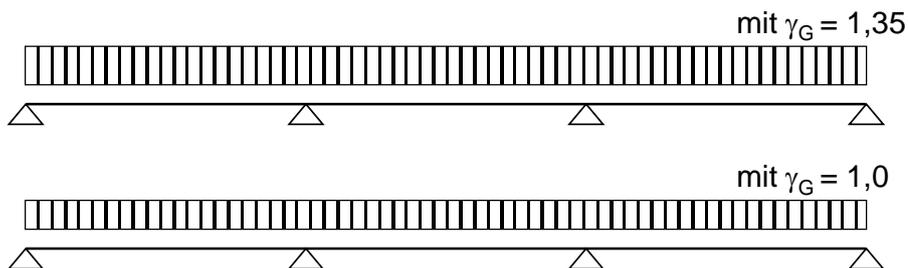


Bild 3-6 Verwendung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_G bei mehrfeldrigen Konstruktionen: Berechnung des gesamten Tragwerkes entweder mit $\gamma_G = 1,35$ oder mit $\gamma_G = 1,0$

Auch für die Bemessung der Biegezugseite einer Stütze ist der Wert $\gamma_G = 1,0$ für die Eigengewichtseinwirkungen in Betracht zu ziehen. Bei Stützen kann sich in Verbindung mit mehreren veränderlichen Einwirkungen eine erhebliche Anzahl von Kombinationen ergeben, von denen die maßgebenden nicht sofort erkennbar sind.

Nur in Ausnahmefällen sollte überlegt werden, ob bestimmte Eigengewichtslasten unabhängig vom Sicherheitsbeiwert der übrigen Eigengewichtslasten alternativ mit $\gamma_G = 1,35$ oder $\gamma_G = 1,0$ kombiniert werden müssen. Zum Beispiel sollten ständig wirkende Einzellasten aus einer komplexeren Teilkonstruktion, die auf ein Stahlbetontragwerk einwirken und deren Werte unabhängig von dem Eigengewicht der Stahlbeton-Tragkonstruktion sind, mit $\gamma_G = 1,35$ oder $\gamma_G = 1,0$ unabhängig vom Wert γ_G der Stahlbetonkonstruktion kombiniert werden.

Bemessungswerte des Bauteilwiderstandes

Der Bauteilwiderstand ist bei linear-elastischer Berechnung der Schnittgrößen oder bei Anwendung plastischer Verfahren in Abhängigkeit aller beteiligten Baustoffe aus deren Festigkeiten und Teilsicherheitsbeiwerten zu bestimmen (auch bei außergewöhnlicher Kombination und beim Nachweis gegen Ermüdung). Entsprechend der allgemeinen Formulierung nach Gleichung (3-4) ergibt sich für Bauteile aus Beton, Stahlbeton und vorgespannten Stahlbeton der Tragwiderstand aus der Kombination der folgenden charakteristischen Festigkeiten in Verbindung mit den jeweiligen Teilsicherheiten:

$$R_d = R \left(\alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \frac{f_{tk,cal}}{\gamma_s}; \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s}; \frac{f_{pk}}{\gamma_s} \right) \quad (3-9)$$

Darin sind:

- f_{ck} charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit
- f_{yk} charakteristischer Wert Streckgrenze des Betonstahls
- $f_{tk,cal}$ charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahls für die Bemessung
- $f_{p0,1k}$ charakteristischer Wert der 0,1%-Dehngrenze des Spannstahls
- f_{pk} charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Spannstahls
- α Abminderungsbeiwert für die Dauerstandsfestigkeit des Betons
- γ_c, γ_s Teilsicherheitsbeiwerte der Baustoffe nach Tabelle 3-4

Tabelle 3-4 Teilsicherheitsbeiwerte für Baustoffe in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit $\gamma_{M(material)}$ (EC2, Tabelle NA.2.1)

Bemessungssituationen	γ_c für Beton	γ_s für Betonstahl oder Spannstahl
ständig und vorübergehend	1,5	1,15
außergewöhnlich	1,3	1,0

Für den Bauteilwiderstand gilt bei nicht linearen Verfahren der Schnittgrößenermittlung ein einheitlicher Teilsicherheitsbeiwert, der erst nach der Berechnung des Widerstandes auf der Grundlage der Festigkeiten in Ansatz gebracht wird:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_R} R \left(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}; f_{p0,1R}; f_{pR} \right) \quad (3-10)$$

mit Rechenwerten nach EC2 [12]

Für die nachfolgenden Besonderheiten sind die jeweiligen Abschnitte des EC2 zu beachten:

- Versagen bei Erstrissbildung ohne Vorankündigung, insbesondere bei Spannbetonbauteilen und unbewehrten Bauteilen
- Ermüdungsnachweis
- Bauzustände von Fertigteilen
- Fertigteile mit besonderer Überwachung
- unbewehrte Betonbauteile

3.4.2 Verlust des statischen Gleichgewichtes, Nachweis der Lagesicherheit

Für den Nachweis der Lagesicherheit ist sicherzustellen, dass die destabilisierenden Größen $E_{d,dst}$ nicht größer werden als die stabilisierenden Größen $E_{d,stab}$:

$$E_{d,dst} \leq E_{d,stab} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{E_{d,stab}}{E_{d,dst}} \geq 1,0 \quad (3-11)$$

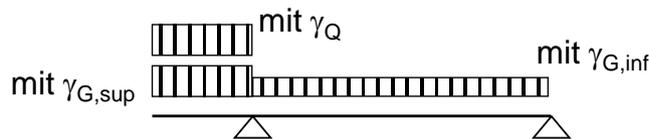


Bild 3-7 Verwendung von oberen und unteren Grenzwerten von ständigen Lasten beim Nachweis gegen Abheben am Beispiel des Einfeldträgers mit Kragarm

Ist die Lagesicherung nur mit einer Verankerungswirkung sicherzustellen, dann erhält der Nachweis das folgende Format:

$$E_{d,dst} - E_{stab} \leq R_d \quad (3-12)$$

Gemäß Bild 3-7 sind die ständigen Einwirkungen einschließlich der Vorspannwirkungen getrennt nach stabilisierenden Anteilen mit $\gamma_{G,inf(erior)} = 0,9$ und destabilisierenden Anteilen mit $\gamma_{G,sup(erior)} = 1,1$ zu berücksichtigen. Diese Betrachtung darf nicht mit dem in Abschnitt 3.2.2 beschriebenen Fall verwechselt werden. Ungünstig wirkende Anteile veränderlicher Einwirkungen werden mit γ_Q multipliziert, günstig wirkende Anteile bleiben unberücksichtigt. Bei mehreren veränderlichen Einwirkungen ist analog zu Gleichung (3-7) oder (3-8) zu verfahren. Für den Nachweis der Auftriebsicherheit dürfen $\gamma_{G,inf} = 0,95$ und $\gamma_{G,sup} = 1,05$ verwendet werden. Die außergewöhnlichen Einwirkungskombinationen mit den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten für den Lagesicherheitsnachweis können der EN1990 + DIN EN 1990/NA entnommen werden.

3.5 Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (GZG)

Die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit (siehe Kapitel 11) umfassen

- Spannungsbegrenzungen: EC2, Abschnitt 7.2
- Beschränkungen der Rissbreite: EC2, Abschnitt 7.3
- Beschränkungen von Verformungen: EC2, Abschnitt 7.4

Es müssen bestimmte Bemessungswerte einer Bauteileigenschaft als Grenzwerte C_d der Spannung, der Verformung oder der Rissbreite unter einer definierten Bemessungssituation der Beanspruchung E_d nachgewiesen werden:

$$E_d \leq C_d \quad (3-13)$$

Die Teilsicherheitsbeiwerte sind mit 1,0 anzunehmen. Eine Ausnahme bildet die Vorspannung, für alle Nachweise der Gebrauchstauglichkeit mit Ausnahme des Nachweises der Spannstahlspannungen und der Betondruckspannungen muss jeweils ungünstig ein oberer oder unterer charakteristischer Wert für die Vorspannung berücksichtigt werden. Angaben hierzu finden sich im NDP zu 5.10.9 (1)P des EC2 (bisher in DIN 1045-1, Abschnitt 8.7.4).

Bemessungssituationen

Seltene Kombination:

$$E_{d,rare} = E \left(\sum G_k \oplus P_k \oplus Q_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1; i \neq j} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (3-14)$$

Häufige Kombination:

$$E_{d,freq} = E \left(\sum G_k \oplus P_k \oplus \psi_{1,j} \cdot Q_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1; i \neq j} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (3-15)$$

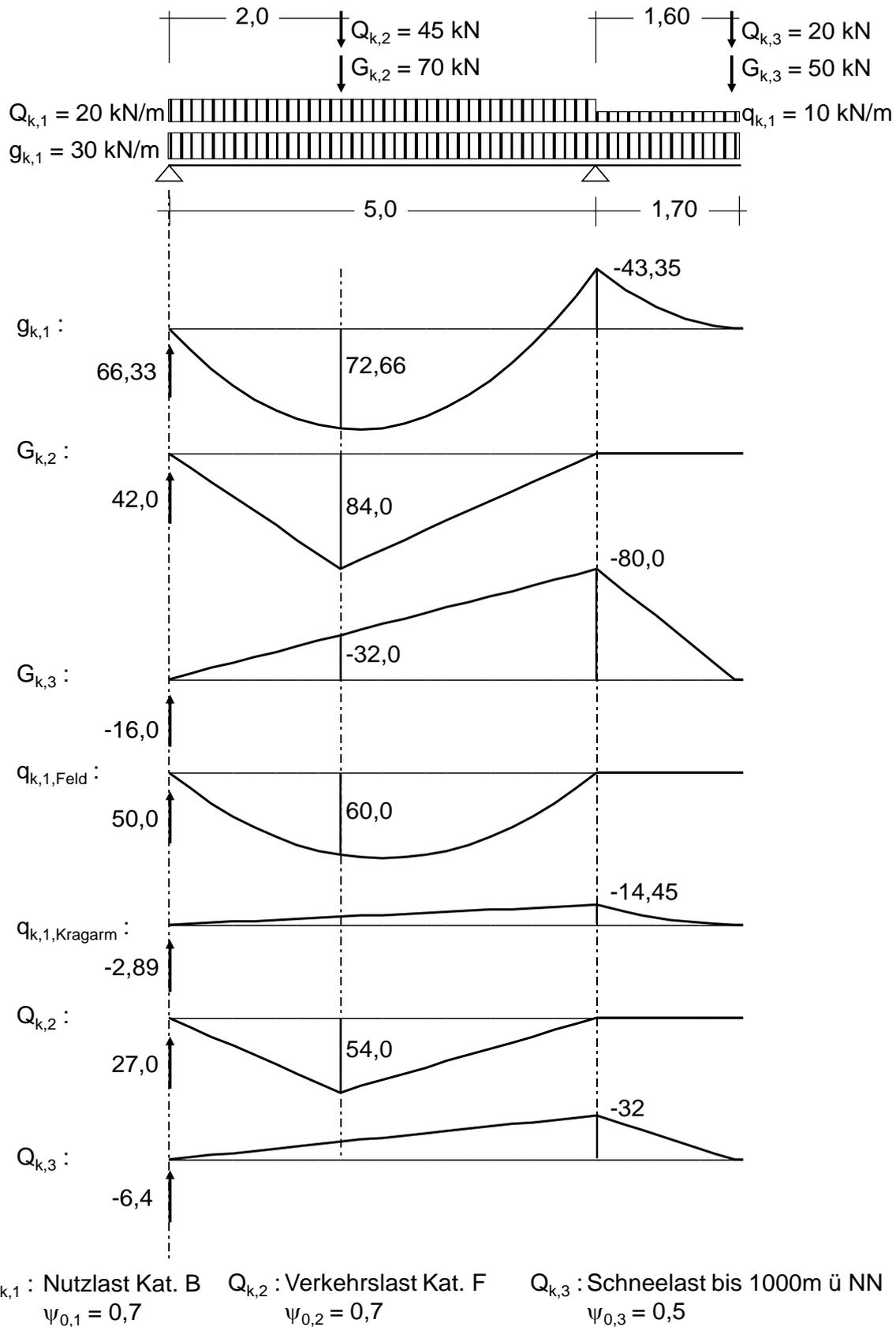
Quasi- ständige Kombination:

$$E_{d,perm} = E \left(\sum G_k \oplus P_k \oplus \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (3-16)$$

Die Bezeichnungen sowie die Ausführungen zur Auffindung der jeweiligen Leiteinwirkungen können dem Abschnitt 3.4.1 entnommen werden.

3.6 Beispiel Einfeldträger mit Kragarm

Gegeben ist ein Einfeldträger mit Kragarm mit drei veränderlichen Einwirkungen. Die Schnittgrößenverläufe sowie die Auflagerkräfte am Auflager A sind für die charakteristischen Einwirkungen für jeden einzelnen Lastfall dargestellt.



Im Folgenden wird im Grenzzustand der Tragfähigkeit für die ständige Bemessungssituation das betragsmäßig größte Stützmoment (minimales Stützmoment) sowie das maximale Feldmoment an der Stelle der Einzellasten im Feld berechnet. Die Überprüfung, ob tatsächlich an der Stelle der Einzellasten das maximale Feldmoment wirksam ist, wird im Rahmen dieses Beispiels als gegeben vorausgesetzt. Anschließend wird nachgewiesen, dass die Sicherheit gegen Abheben am Auflager A ausreichend ist.

Da das System statisch bestimmt ist, kann die maximale Einwirkungskombination jeweils im Sinne von Bild 3-4 ermittelt werden.

Minimales Stützmoment:

Die Einwirkung $Q_{k,2}$ bleibt ohne Einfluss auf das Stützmoment, so dass nur zwei veränderliche Einwirkungen zu berücksichtigen sind. Die veränderliche Einwirkung, die den betragsmäßig größten „Rest“anteil ergibt, ist die Leiteinwirkung (vgl.):

$$\text{Restmoment infolge } Q_{k,3}: (1 - \psi_{0,3}) \cdot M_{Q3} = (1 - 0,5) \cdot (-32,0) = -16,0 \text{ kNm}$$

$$\text{Restmoment infolge } q_{k,1}: (1 - \psi_{0,1}) \cdot M_{q1} = (1 - 0,7) \cdot (-14,45) = -4,34 \text{ kNm}$$

Für das Stützmoment ist Q_3 die Leiteinwirkung.

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot (-43,35 - 80,0) + 1,5 \cdot (-32 - 0,7 \cdot 14,45) = -229,7 \text{ kNm}$$

Maximales Feldmoment für $x = 2,0 \text{ m}$:

Die Einwirkung $Q_{k,3}$ sowie der Lastanteil von $q_{k,1}$, der auf dem Kragarm angeordnet ist, wirken entlastend auf das Feldmoment und werden daher nicht berücksichtigt ($\gamma_Q = 0$). Auch hier verbleiben nur zwei veränderliche Einwirkungen. Beide veränderlichen Einwirkungen haben den gleichen ψ_0 -Beiwert, so dass hier die Einwirkung Leiteinwirkung ist, die das größte Moment an der Nachweisstelle ergibt.

Für das Feldmoment ist $q_{k,1}$ die Leiteinwirkung.

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot (72,66 + 84,0 - 32,0) + 1,5 \cdot (60,0 + 0,7 \cdot 54,0) = 315,0 \text{ kNm}$$

Nachweis der Sicherheit gegen Abheben (Lagesicherheit) für das Auflager A:

Bei den veränderlichen Einwirkungen ist nur der Kragarmanteil von $q_{k,1}$ sowie $Q_{k,3}$ zu berücksichtigen. Nach kurzer Überlegung ergibt sich $Q_{k,3}$ als Leiteinwirkung. Der Nachweis wird entsprechend Gleichung (3-11) geführt.

$$A_{d,dst} = 1,1 \cdot 30,0 \cdot 1,70^2 / (2 \cdot 5,0) + 1,1 \cdot 16,0 + 1,5 \cdot (6,4 + 0,7 \cdot 2,89) = 39,8 \text{ kN}$$

$$A_{d,stab} = 0,9 \cdot 30,0 \cdot 5,0 / 2 + 0,9 \cdot 42,0 = 105,3 \text{ kN}$$

$$A_{d,dst} = 39,8 \text{ kN} < 105,3 \text{ kN} = A_{d,stab} \quad \text{Nachweis gegen Abheben erbracht!}$$

4 Dauerhaftigkeit

Die Dauerhaftigkeit ist neben den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit die dritte wichtige Säule bei der Planung, Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Bauwerken. Das Normenkonzept sieht eine Nutzungsdauer von 50 Jahren für Hochbauten und 100 Jahre für Brückentragwerke vor. Die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Bauwerken müssen in ihrer Nutzungsdauer bei einem üblichen Wartungsaufwand sichergestellt bleiben.

Welche Faktoren beeinflussen die Dauerhaftigkeit? Umwelteinflüsse können unsere Baustoffe Beton und Stahl schädigen. Andere Beeinträchtigungen, zum Beispiel durch Ermüdung, werden nicht unter dem Thema Dauerhaftigkeit behandelt.

Schäden entstehen durch Korrosion des Stahls, weil

- tragende Stahlquerschnitte reduziert werden
- Sprödbruch bei Verwendung von Spannstahl die Folge sein kann
- die Betondeckung abgesprengt wird
- Rostfahnen den ästhetischen Anspruch von Bauherren und Nutzern nicht befriedigen

und durch Angriff des Betons, weil

- die Oberfläche und das Gefüge zerstört werden können
- sich dadurch der tragende Querschnitte verkleinern
- auch hier das Erscheinungsbild unzulässig beeinträchtigt werden kann.

Aufgrund seiner chemischen Zusammensetzung schützt der Beton den Bewehrungsstahl bei fachgerechter Herstellung vor Korrosion. Die Zusammensetzung des Betons muss seinen dauerhaften Schutz vor den Umwelteinflüssen gewährleisten.

Die Schädigung des Betons kann chemischer oder physikalischer Natur sein,

- chemische Veränderung durch eindringende Gase und Flüssigkeiten (Säuren)
- chemische Veränderung durch Verwendung falscher Ausgangsstoffe, z.B. Alkali-Kieselsäure-Reaktion
- physikalische Zerstörung durch Gefrieren von eingedrungenem Wasser
- physikalische Zerstörung durch Abrieb und Verschleiß

Die chemische Veränderung durch eindringende Gase und Flüssigkeiten wird in Bild 4-1 dargestellt. Das in der Randzone entstehende Kalziumcarbonat senkt den pH-Wert mit der Folge der Korrosion des Stahls. Diese Umwandlungen finden zunächst an der Oberfläche statt und dringen zunehmend nach innen vor (Karbonatisierungsfront).

Der entstehende Gips führt zum Treiben mit der Folge von Absprengungen der Betondeckung.

Besondere Bedeutung fällt dem Randbeton zu. Er muss das Eindringen der Gase und Säuren durch möglichst dichte Ausführung deutlich erschweren. Da diese Dichte überwiegend von der Betongüte abhängt und letztere durch die Betondruckfestigkeitsklasse bestimmt wird, muss eine Mindestfestigkeitsklasse in Abhängigkeit von den Umwelteinflüssen vorgesehen werden.

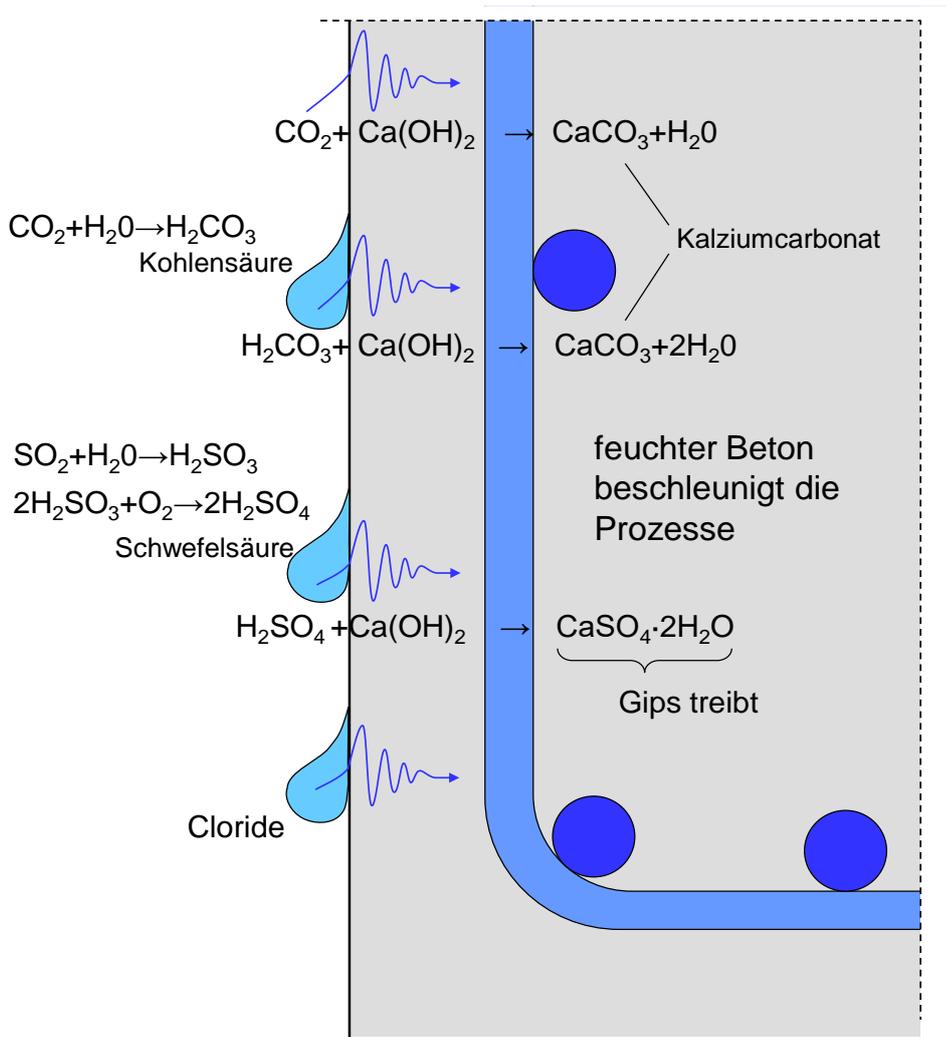


Bild 4-1 chemische Reaktionen infolge eindringender Gase und Säuren

Die zweite Möglichkeit zum Schutz der Bewehrung bietet die Ausbildung einer möglichst großen Betondeckung, da auch hiermit das Vordringen der Karbonatisierungsfront bis zur Bewehrung zeitlich gestreckt wird. Für einen dauerhaften Schutz muss die Betondeckung also möglichst dicht und dick sein.

Zusätzliche Aufgaben des Randbetons:

- Brandschutz der Bewehrung
- Verbundsicherung (Übertragung der Kräfte zwischen Betonstahl und Beton)
- Schutz gegen Verschleiß
- Befriedigung ästhetischer Ansprüche an die Betonoberfläche

Im Gegensatz zum Kernbeton reichern sich im Randbeton Zementleim und Feinkornfraktionen an, dadurch entsteht insbesondere bei nichtsaugender Schalung ein erhöhter w/z-Wert. Seine Qualität ist abhängig von:

- Betonzusammensetzung
- Herstellung und Verarbeitung
- Schalung
- Bewehrungsdichte
- Nachbehandlung

Eine Rissbildung quer zu den Bewehrungsstäben bewirkt keine nennenswerte Beschleunigung der Korrosion, sofern die Rissbreiten bei Bauteilen in trockenen Innenräumen 0,4 mm und bei allen sonstigen Bauteilen 0,3 mm nicht überschreiten.

Längsrisse parallel zur Bewehrung müssen generell vermieden werden, da sie die Korrosion erheblich beschleunigen. Längsrisse bilden sich z. B. an horizontalen Bauteiloberseiten durch das Setzen des Frischbetons, wenn keine ausreichende Nachverdichtung erfolgt. Längsrisse können auch bei zu geringer Betonüberdeckung durch Überschreiten der Betonzugfestigkeit infolge der Verbundwirkung entstehen. Infolge des verschieblichen Verbundes (vgl. Abschnitt 2.1.4) bilden sich ringförmige Zugspannungen um den Bewehrungsstab. Wenn sich die Spannungen in einer sehr geringen Betonüberdeckung zu einem hohen Wert konzentrieren, dann reicht die geringe Zugfestigkeit des Betons nicht mehr zur Aufnahme der Zugspannungen aus (siehe Bild 4-2). Mit steigendem Stabdurchmesser wächst die Ringzugkraft etwa linear an. Daher muss auch die Betondeckung mit dem Stabdurchmesser anwachsen.

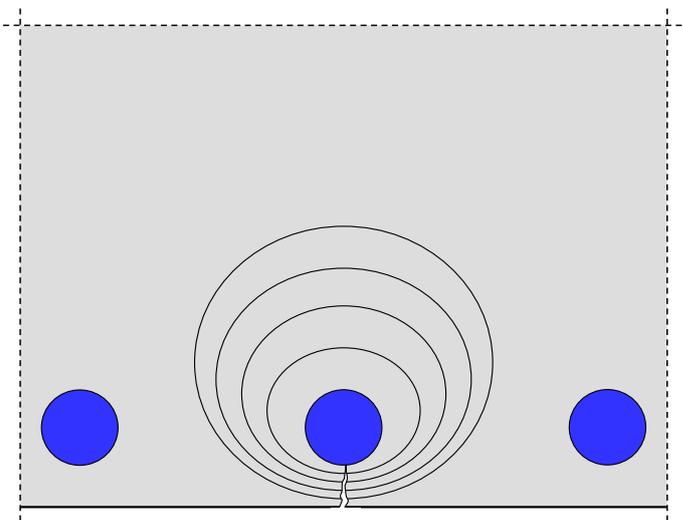


Bild 4-2 Längsrissbildung bei zu geringer Betonüberdeckung infolge der Verbundwirkung zwischen Bewehrung und Beton

Weitere Ausführungen zum Thema können bei *Zilch/Zehetmaier* [6] nachgelesen werden.

4.1 Expositionsklasse und Mindestfestigkeit

Der EC2 unterscheidet in Abschnitt 4.2 verschiedene Expositionsklassen:

mit der Folge von Bewehrungskorrosion:

- X0 kein Angriff
- XC (carbonation), Angriff infolge Karbonatisierung
- XD (deicing salts), Angriff infolge Chloriden aus Tausalzen
- XS (seawater), Angriff infolge Chloriden aus Meerwasser

mit der Folge von Betonzerstörung:

- XF (freezing), Beanspruchung durch Frostangriff
- XA (chemical acid), Beanspruchung durch chemischen Angriff
- XM (mechanical Abrasion) – Beanspruchung durch mechanischen Verschleiß
- WO, WF, WA Betonkorrosion infolge Alkali-Kieselsäurereaktion

Die Expositionsklassen sind in EC2, Tab. 4.1 und die Mindestbetonfestigkeitsklasse im EC2, Anhang E zu finden (s. auch Anlage). Jedes Bauteil muss in Abhängigkeit von seinen Umgebungsbedingungen nach dieser Tabelle klassifiziert werden. Einem Bauteil müssen ggf. mehrere Expositionsklassen zugeordnet werden. Die Expositionsklassen sind für die Herstellung des Betons (Zusammensetzung), die Festlegung der Nachbehandlungszeiten und die Durchführung der Qualitätssicherungsmaßnahmen bzw. Überwachungsmaßnahmen von besonderer Bedeutung, sie müssen für jedes Bauteil auf den Ausführungsplänen angegeben werden.

4.2 Betondeckung

Zur Vermeidung von Bewehrungskorrosion ist eine ausreichend dicke und dichte Betonüberdeckung der Bewehrung auszubilden. Die Betondeckung ist in Abhängigkeit von der Expositionsklasse dem Abschnitt 4.4.1 des EC2 zu ermitteln.

Die Betondeckung setzt sich aus einem Mindestwert und einem Vorhaltemaß (zum Ausgleich von Ausführungstoleranzen) zusammen. Der Mindestwert und das Vorhaltemaß sind dem EC2, abschnitt 4.4.1 zu entnehmen. Für den Mindestwert ist auch die zweite Bedingung zu überprüfen: zur Sicherstellung des Verbundes (zur Vermeidung von Längsrissen infolge Verbund) darf er nicht kleiner angenommen werden als der Stabdurchmesser.

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (4-1)$$

Das Vorhaltemaß Δc_{dev} ist für den Korrosionsschutz mit 15mm (Ausnahme XC1: 10mm) und für die Verbundsicherung mit 10mm anzunehmen. Abminderungen in besonderen Fällen sind möglich.

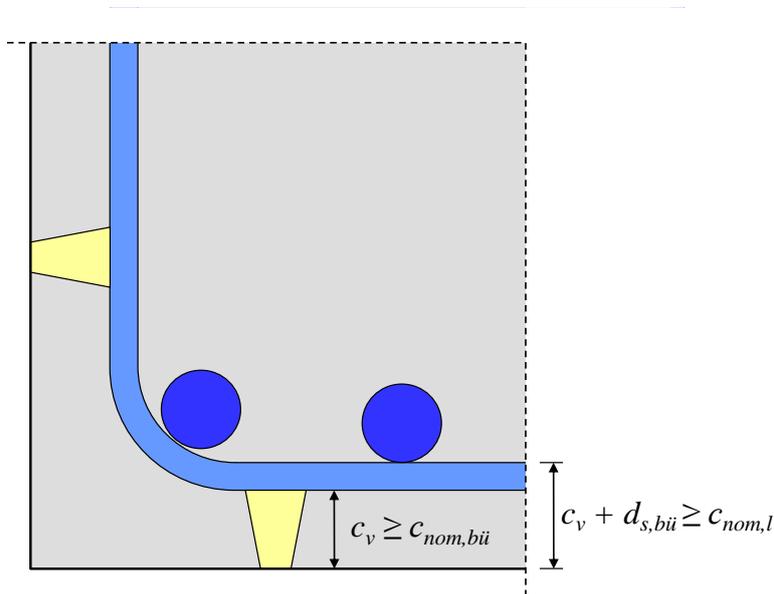


Bild 4-3 nominaler Wert und Verlegemaß der Betondeckung von Längs- und Bügelbewehrung eines Balkens bzw. einer Stütze

Das Verlegemaß ist das Maß für die Abstandhalter, diese werden immer nur an der äußersten Bewehrung angebracht, bei Balken und Stützen also an den Bügeln. Betonabstandhalter können in vielfältiger Form bestellt werden, jedoch immer nur in 5mm-Abstufungen.

Auf jedem Bewehrungsplan muss das Verlegemaß sowie das Vorhaltemaß der Betondeckung, ggf. bauteilabhängig oder abhängig von der Seite (innen / außen bzw. oben / unten) angegeben werden.

Aus Gründen des Brandschutzes können sich weitere Anforderungen an die Betondeckung ergeben, die hier jedoch noch nicht behandelt werden.

4.3 Konstruktions- und Ausführungsregeln

In den einleitenden Ausführungen zum Abschnitt 4 wurde auf die besondere Qualität des Randbetons (Beton im oberflächennahen Bereich) im Hinblick auf Dicke und Dichtigkeit hingewiesen. Neben der Zusammensetzung und den Verarbeitungseigenschaften des Frischbetons sind weitere Maßnahmen bei der Planung und Ausführung zu beachten:

- Freiräume (Einfüllöffnungen und Rüttellücken) zum Einbringen und Verdichten des Betons schaffen.
- Das Bewehrungsnetz darf die grobe Gesteinskörnung nicht „aussieben“. Lichter Abstand der Bewehrungsstäbe $>$ Größtkorndurchmesser + 5 mm
- Konsistenz so steif wie möglich, so weich wie nötig (Fließmittel verwenden!)
- saugende Schalung vermindert den w/z-Wert an der Oberfläche. Luftblasen können entweichen. Nachverdichten zum Füllen hinterlassener Porenräume.
- Vakuumverfahren für große Betonoberseiten mit hohen Qualitätsanforderungen (Industriefußböden, Parkdecks, Kläranlagen, Brückenfahrbahntafeln). Maschinelles Abscheiben bewirkt gleichzeitig eine Nachverdichtung.
- Nachbehandlung zur Vermeidung des Austrocknens der Oberfläche des jungen Betons (unvollständige Hydratation: „verdursten“). Besonders gefährdet sind Bauteiloberflächen bei Sonne und starkem Wind.
- Leichtbeton, Schwerbeton, hochfester Beton, selbstverdichtender Beton sowie bestimmte Betonierverfahren (z.B. Gleitschalungsbau) erfordern besondere Verarbeitungstechniken und weiterführende Maßnahmen, die zu berücksichtigen sind.

5 Werkstoffeigenschaften, Werkstoffgesetze

In den Abschnitten 1 sowie 2.1.1 bis 2.1.4 wurden bereits einige Eigenschaften von Beton, Betonstahl und des Verbundwerkstoffes Stahlbeton benannt. In diesem Abschnitt sollen die charakteristischen Eigenschaften von Beton und Betonstahl behandelt werden, die für eine Berechnung von Stahlbetonbauteilen von Interesse sind.

5.1 Eigenschaften und Verhalten von Beton

Der EC2 berücksichtigt sehr unterschiedliche Betone, im Hinblick auf Festigkeiten normalfeste und hochfeste Betone sowie im Hinblick auf das Raumbgewicht Normalbetone und Leichtbetone (EC2, Abschnitt 11). Im Rahmen der Grundlagen des Stahlbetons werden im Folgenden nur die normalfesten Normalbetone behandelt, viele Besonderheiten, die sich für die übrigen Betone ergeben, können nach der Beherrschung der Grundlagen leicht nachvollzogen werden.

5.1.1 Druckfestigkeit

Die Druckfestigkeit ist für Beton eine zentrale Größe, viele Berechnungsparameter werden auf die Druckfestigkeitsklasse bezogen. Auch die Qualität der Ausführung von Beton wird vielfach über die Druckfestigkeit oder in Abhängigkeit von ihr bestimmt. Die Druckfestigkeit wird nach EC2 anhand zylindrischer Probekörper in einer Versuchsreihe festgestellt. Sie repräsentiert den Größtwert der Druckbeanspruchung und wird als charakteristischer Wert festgelegt. Alternativ kann die Druckfestigkeit aus Probewürfeln bestimmt werden. In der Bezeichnung einer Betonfestigkeitsklasse werden diese beiden Werte verwendet. Der charakteristische Wert der Betondruckfestigkeit f_{ck} ist der jeweils erste der beiden Werte, also für einen C25/30 ist $f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$.

5.1.2 Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit des Betons ist im Vergleich zu seiner Druckfestigkeit erheblich kleiner. Sie wird durch zahlreiche Werkstoffparameter beeinflusst und ist daher mit einer großen Streuung behaftet. Je nach Nachweis wird ein unterer, mittlerer oder oberer charakteristischer Wert verwendet. Wegen der geringen Größe und ihrer Unzuverlässigkeit wird sie in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit nur in Ausnahmefällen in Ansatz gebracht.

5.1.3 Elastisches Verformungsverhalten

Unter elastischem Verhalten versteht man die Proportionalität zwischen Verformung und Belastung. Dieses beobachtet man nur bei sehr geringen und kurzzeitig wirkenden Beanspruchungen im Gebrauchszustand, also deutlich unterhalb des Grenzzustandes der Tragfähigkeit. Sowohl Beanspruchungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit als auch lang andauernde Beanspruchungen im Gebrauchszustand erzeugen in jeweils anderer Form plastische (bleibende) Verformungen.

Werden für Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchtauglichkeit Verformungsberechnungen erforderlich, dann werden diese häufig unter Verwendung des E-Moduls, der als Sekantenwert im Spannungs-Dehnungs-Diagramm abgeleitet wird, geführt.

5.1.4 Zeitabhängiges Verformungsverhalten (Kriechen und Schwinden)

Viele Materialien, auch Baustoffe, zeigen ein zeitabhängiges Spannungs-Verformungsverhalten. Nachteilige Auswirkungen müssen, günstige Auswirkungen dürfen in Betracht gezogen werden. In

manchen Fällen ist die Auswirkung ohne großen Einfluss, dann darf der zeitliche Einfluss unberücksichtigt bleiben. Bei Bauteilen aus Stahlbeton sind die zeitabhängigen Einflüsse ausschließlich auf den Beton zurückzuführen.

Zunächst ergeben sich zeitabhängige Eigenschaften aus dem Herstellungsprozess, die mit den chemischen Reaktionen bei der Erstarrung zusammenhängen und auch noch Auswirkungen auf die Nacherhärtung haben. Weiterhin sind zeitliche Prozesse von physikalischer Natur zu beobachten; nur auf letztere wird im Folgenden eingegangen.

Wie beim Holz geht mit dem Austrocknen eine Volumenverringerung einher, beim Beton jedoch in allen Richtungen in gleicher Größe. Sie wird als *Schwinden* bezeichnet. Dieses ist abhängig von den Vorgängen beim Feuchtetransport, nicht aber von der Art und Größe einer äußeren Beanspruchung. Aufgrund der Transportvorgänge bei Feuchteausgleich verläuft das Schwinden zeitabhängig, mit zunehmender Zeitdauer wird der Verformungszuwachs geringer (Bild 5-1 a). Da Bewehrungsstahl nicht schwindet, entstehen infolge des Betonschwindens Spannungen und Verformungen im Inneren eines Bauteils, die jedoch in der Regel nicht beachtet werden müssen.

Unter einer lang andauernden Druck- oder Zugspannung, die selbst auch zeitlich veränderlich sein kann, beobachtet man eine Zunahme der Verformungen. Diese nicht elastische (plastische) Verformungszunahme unter einer einwirkenden Spannung bezeichnet man als *Kriechen* (Bild 5-1 b).

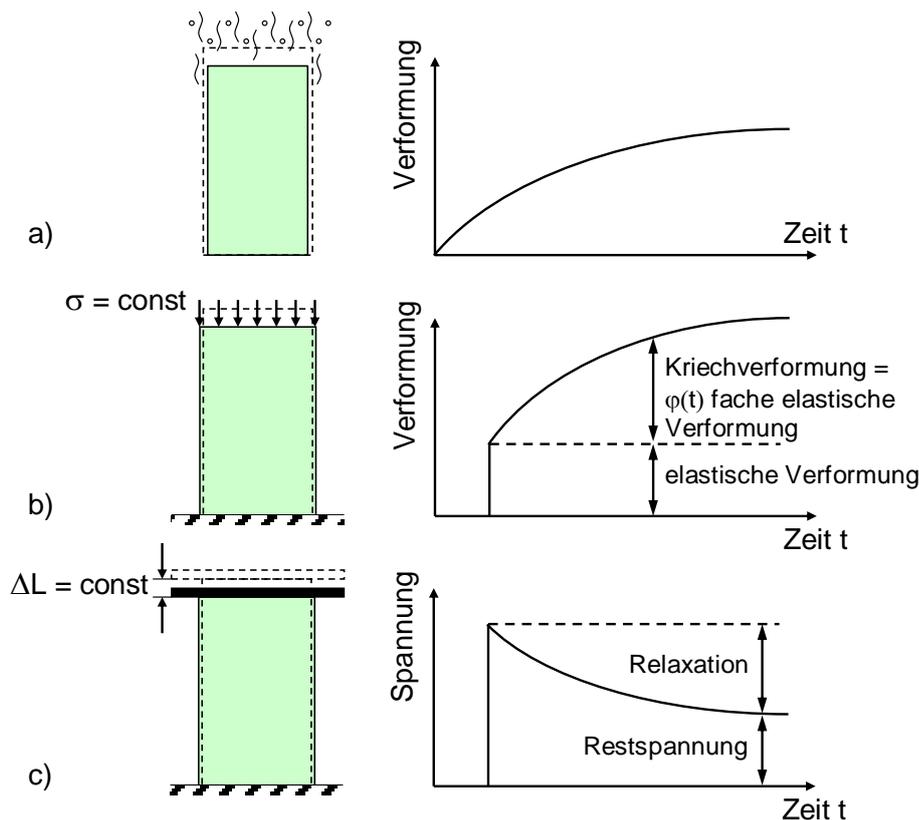


Bild 5-1 Zeitabhängige Verformungen des Betons: a) Schwinden, b) Kriechen, c) Relaxation

Wird der Beton stattdessen durch eine lang andauernde Verformung (ggf. auch zeitlich veränderlich) beansprucht, beobachtet man eine zeitliche Abnahme der erzeugten Spannung. Diese Erscheinung wird als *Relaxation* (Bild 5-1 c) bezeichnet, beruht aber auf den gleichen mechanischen Zusammenhängen wie das Kriechen. Beide Begriffe können auch in dem Begriff viskoses Verhalten (viskoelastisches und viskoplastisches) zusammengeführt werden; im Folgenden wird – wie auch allgemein üblich – das Verhalten unter dem Begriff Kriechen zusammengefasst.

Die mechanischen Ursachen des Kriechens gehen hauptsächlich auf das mikroskopische Verhalten der Gelteilchen in der Zementsteinmatrix zurück, einen gewissen Einfluss hat auch die Schädigung

der Matrix durch Mikrorisse. Die Kriechverformungen nähern sich bei stationären Randbedingungen asymptotisch einem Grenzwert an, der je nach Bauteil nach 2 bis 5 Jahren praktisch erreicht ist.

Die Kriechfähigkeit des Betons wird mit der zeitabhängigen Kriechzahl $\varphi(t)$ angegeben, die Kriechverformungen werden üblicherweise aus dem $\varphi(t)$ fachen Wert der elastischen Verformungen bestimmt. Das Kriechverhalten hängt von sehr vielen Parametern ab, meist ergeben sich Kriechzahlen für $t = \infty (> 5 \text{ Jahre})$ zwischen den Werten 2,0 und 4,0.

Bei verschieblichem Verbund zwischen Stahl und Beton wirken vor den Rippen des Stahls erhebliche Druckspannungen (vgl. Bild 2-6), in deren Folge Kriechverformungen entstehen. Man bezeichnet die Kriecherscheinungen beim verschieblichen Verbund als *Verbundkriechen*.

Auswirkungen infolge Kriechen und Schwinden müssen insbesondere dort berücksichtigt werden, wo Verformungen Einfluss auf die Tragsicherheit oder die Gebrauchstauglichkeit haben. Im üblichen Hochbau ist dies der Fall beim Nachweis schlanker Stützen (verformungsbeeinflusste Schnittgrößenermittlung) und bei den Nachweisen der Gebrauchstauglichkeit, insbesondere bei der Berechnung von Durchbiegungen.

5.2 Eigenschaften und Verhalten von Betonstahl

Betonstahl wird als gerader Stabstahl oder als Stabstahl in Ringen geliefert. Für flächige Bewehrungen werden auch geschweißte Betonstahlmatten hergestellt. Seine Oberfläche ist heute ausschließlich gerippt, um einen guten Verbund zum Beton zu gewährleisten. Betonstahl wird in Stahlbetonbauteilen überwiegend auf Zug beansprucht, gelegentlich auch auf Druck. Von allen Eigenschaften des Stahls stehen diese Zug- und Druckeigenschaften im Vordergrund.

Darüber hinaus muss Betonstahl schweißbar sein. Da er auch in gebogener Form eingebaut wird, muss er kalt gebogen werden können. Für Stöße von Betonstahl werden überwiegend Übergreifungsstöße (durch nebeneinander Legen von Stoßenden) ausgeführt, er kann aber auch durch Verschraubung gestoßen werden. Teilweise werden die Rippen als Grobgewinde ausgebildet, dieser sogenannte Gewi-Stahl wird mit speziellen Schraubmuffen verbunden. Der Temperaturexpansionskoeffizient ist mit dem des Betons nahezu identisch, so dass bei Temperaturveränderungen kaum innere Spannungen entstehen.

5.2.1 Zug- und Druckfestigkeit

Stahl verhält sich bei Zug- oder Druckbeanspruchung gleich. Dies gilt insbesondere für die Streckgrenze und Zugfestigkeit. Für Betonstahl ist zur Zeit ausschließlich die Güteklasse B 500 für die Lieferform Stabstahl und Mattenstahl genormt.

5.2.2 Elastisches Verformungsverhalten

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Betonstahl kann bis zu seiner Streckgrenze als linear-elastisch angenommen werden. Im Gebrauchszustand darf die Spannung im Zug- und Druckbereich folgendermaßen berechnet werden:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (5-1)$$

Der Elastizitätsmodul von Betonstahl wird in EC2 angegeben mit $E_s = 200.000 \text{ MN/m}^2$

5.3 Bedeutung von Werkstoffgesetzen

Werkstoffgesetze sind für die Berechnung von Spannungen und Verformungen erforderlich. Das einfachste Werkstoffgesetz ist das Hooke'sche Gesetz, bei ihm sind die Spannungen linear von den Ver-

formungen abhängig. Wir unterscheiden Werkstoffgesetze für Normalspannungen, Spannungs-Dehnungs-Beziehungen (σ - ε -Bez.), von denen für Schubspannungen, Beziehung zwischen Schubspannung und Schubverzerrung (τ - γ -Bez.). Für die Bemessung von Stahlbetonbauteilen haben nur die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen eine Bedeutung.

In der Festigkeitslehre werden die Zusammenhänge traditionell so aufbereitet, dass das Hooke'sche Gesetz als Werkstoffgesetz und die Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte von Bernoulli in den Hintergrund rücken, z.B. werden Spannungen aus Momenten einfach mit Hilfe von Querschnittswerten berechnet. In Wirklichkeit entstehen Verformungen (Stauchungen infolge von Druckbeanspruchungen und Dehnungen infolge von Zugbeanspruchungen), nach der Hypothese von Bernoulli in vielen Fällen linear über die Höhe des Querschnitts verlaufend, und über das Werkstoffgesetz werden Spannungen generiert. Die Stauchungen bzw. Dehnungen stellen sich so ein, dass die zugehörigen Spannungen mit der Beanspruchung im Gleichgewicht stehen.

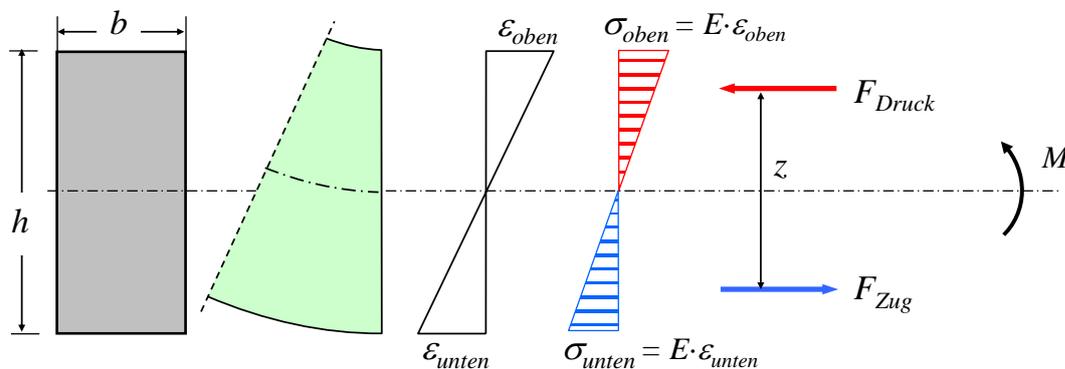
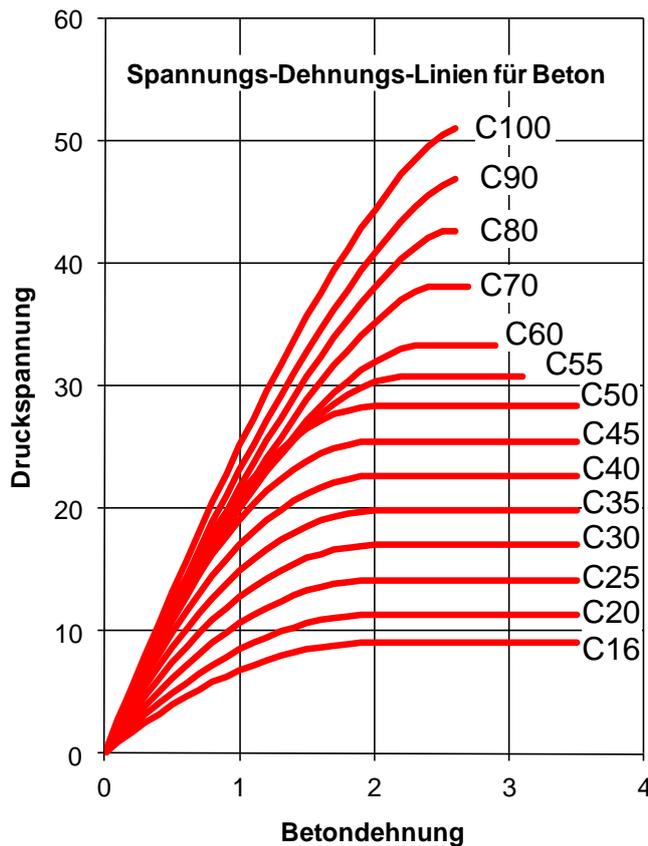


Bild 5-2 Zusammenhang von Dehnungen und Spannungen bei linear elastischen Werkstoffgesetz, resultierende innere Kräfte und aufnehmbares Biegemoment

Die Tragik der vereinfachten Spannungsberechnung wird dann offenbar, wenn das Werkstoffverhalten nicht mehr linear-elastisch ist (Vereinfachungen sind dann kontraproduktiv, wenn dabei das Verständnis auf der Strecke bleibt. Heute ist es nicht wichtig, auf kurzem Weg zu rechnen, sondern noch stärker analytisch vorzugehen). Eine Spannungsberechnung über Querschnittswerte ist dann nicht mehr möglich. Wenn nun auch noch die wahren mechanischen Zusammenhänge vergessen sind, dann steht man am Beginn der Stahlbetonbemessung hilflos da. Viele Verständnisschwierigkeiten, die beim Studieren des Stahlbetons entstehen, gehen auf diesen bedauerlichen Umstand zurück.

Es wurde bereits mehrfach erwähnt, dass das Werkstoffverhalten von Beton und insbesondere von Stahlbeton nicht linear ist. Eine weitere Schwierigkeit kommt hinzu, wenn Bauteilverformungen unsere Schnittgrößenberechnungen von statisch unbestimmten Systemen beeinflussen. Schnittgrößenberechnungen statisch unbestimmter Systeme hängen von den Bauteilsteifigkeiten ab. In gerissenen Bauteilbereichen gibt es erhebliche Steifigkeitsverluste und damit auch Veränderungen in der Schnittgrößenberechnung. Für die Berechnung der Schnittgrößen wird etwa die mittlere Bauteilsteifigkeit benötigt. Für den Nachweis an den maßgebenden Querschnitten in Tragwerken muss man aber von örtlich begrenzten Schwachstellen ausgehen. Beides passt kaum zusammen, auch wenn dies nach EC2 und DIN 1045-1 so scheint. Ein wahres Werkstoffgesetz für den Stahlbeton ist noch nicht gefunden. Alle Berechnungen haben daher den Charakter von brauchbaren Näherungen.

So werden für die Schnittgrößenberechnung andere Werkstoffgesetze verwendet als in der Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit. In den meisten Fällen wird wie zu Zeiten von Navier (franz. Ingenieur, 1785-1836) eine Schnittgrößenberechnung statisch unbestimmter Systeme nach der linearen Elastizitätstheorie durchgeführt (also wird die Rissbildung vollkommen ignoriert) und die anschließende Bemessung für den gerissenen Querschnitt durchgeführt. Die Schnittgrößenberechnung nach der linearen Elastizitätstheorie ist nicht nur erheblich einfacher, sondern hat auch den großen Vorteil, dass die Schnittgrößen mehrerer Lastfälle superponiert werden können.



5.4 Idealisierte Werkstoffgesetze für Beton für die Bemessung im GZT

In Bild 5-3 sind die Werkstoffgesetze für verschiedene Betonfestigkeitsklassen für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit dargestellt. Alle dargestellten σ - ϵ -Linien setzen sich aus einem anfänglichem Parabelabschnitt und einem anschließenden horizontalen Abschnitt (Rechteckabschnitt) zusammen.

Bis C50/60 sind die σ - ϵ -Verläufe affin zueinander, sie unterscheiden sich lediglich in der maximalen Spannung (Druckfestigkeit). Für diese Betonfestigkeitsklassen liegt der Übergang von der Parabel in den horizontalen Ast bei 2,0‰, die maximale Dehnung (Grenzdehnung) beträgt 3,5‰. Für alle höheren Festigkeiten verschieben sich jeweils die Übergangsstellen und die Grenzdehnungen. Die kleineren Grenzdehnungen der höherfesten Betone berücksichtigen ihr sprödes, sehr plötzliches Versagen.

Bild 5-3 Rechnerische Spannungsdehnungslinien von Normalbeton im Vergleich

Für die Querschnittsbemessung im GZT ist das parametrisierte Werkstoffverhalten des Betons nach Bild 5-4 mit den der Tabelle 3.1 des EC2 zu entnehmenden charakteristischen Werten zu verwenden. Diese Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird aufgrund ihrer Form häufig auch als Parabel-Rechteck-Diagramm bezeichnet.

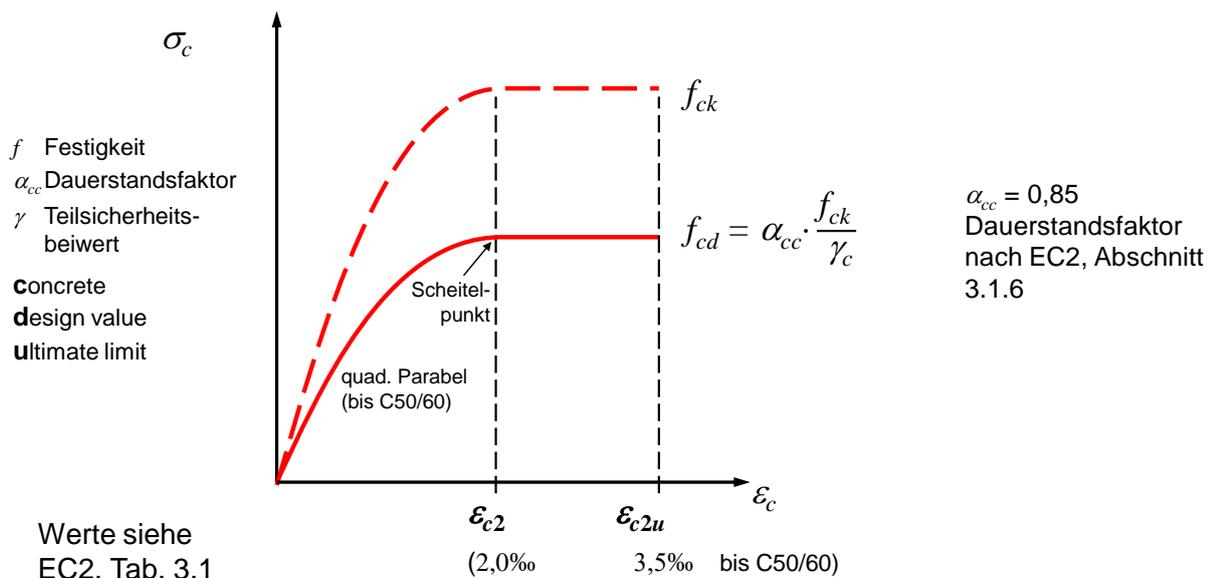


Bild 5-4 Rechnerische Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons (Parabel-Rechteck-Diagramm) für die Bemessung, (EC2, Bild 3.3)

Alternativ kann das Werkstoffverhalten des Betons nach Bild 5-5 für eine vereinfachte Berechnung angenommen werden. Es ist heute kaum noch von praktischer Bedeutung.

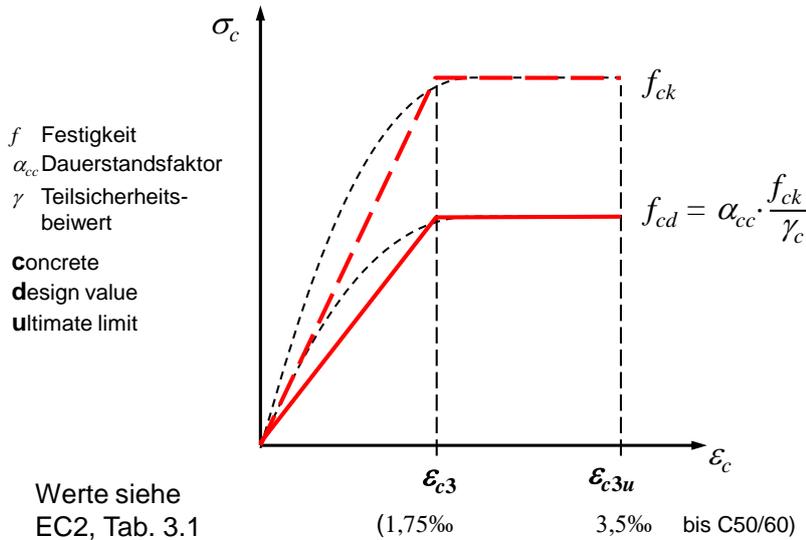


Bild 5-5 Bilineare Spannungs-Dehnungs-Linie für eine vereinfachte Bemessung, (EC2, Bild 3.4)

In Bild 5-4 und Bild 5-5 sind:

- f_{ck} charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit nach EC2, Tab. 3.1
- α_{cc} i.d.R = 0,85 Abminderungsbeiwert für die Dauerstandsfestigkeit des Betons nach EC2, Abschnitt 3.1.6
- γ_c Teilsicherheitsbeiwert des Betons nach Tabelle 3-4

5.5 Idealisierter Werkstoffgesetz für Betonstahl für die Bemessung im GZT

Das für die Bemessung im GZT maßgebende Werkstoffgesetz für den Betonstahl nach Bild 5-6 wird auch als bilineares Werkstoffgesetz bezeichnet. Vereinfachend darf oberhalb der Fließdehnung ϵ_{yd} der horizontale Ast mit dem Wert für die Streckgrenze f_{yd} zur Anwendung kommen.

Der Teilsicherheitsbeiwert wird im Gegensatz zu den σ - ϵ -Linien für Beton nur auf den zweiten Ast oberhalb der Fließdehnung angewendet. Da die Streuung des Elastizitätsmoduls sehr gering ist, ist eine Abminderung des E-Moduls im ersten Ast nicht erforderlich.

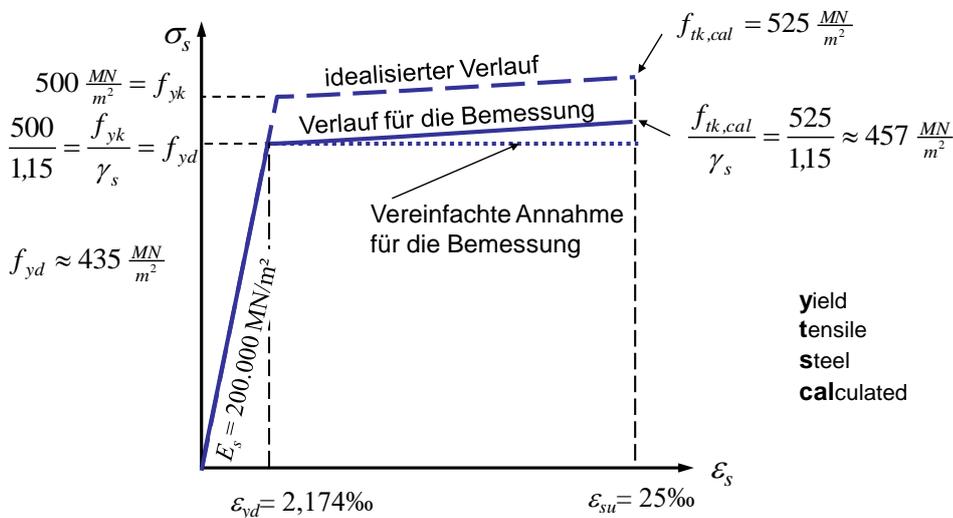


Bild 5-6 Rechnerische Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls für die Bemessung (EC2, Bild 3.8) Zahlenwerte für B 500 und $\gamma_s = 1,15$

In Bild 5-6 bedeuten:

- ε_{yd} charakteristischer Wert der Dehnung des Betonstahls an der Streckgrenze (Fließdehnung)
- ε_{su} rechnerischer Wert der Bruchdehnung des Betonstahls
- E_s Elastizitätsmodul des Betonstahls
- f_{yk} charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls
- $f_{tk,cal}$ charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahls für die Bemessung
- γ_s Teilsicherheitsbeiwert des Betonstahls nach Tabelle 3-4

5.6 Idealierte Werkstoffgesetze für Spannstahl für die Bemessung im GZT

Das Werkstoffgesetz für Spannstahl wird im Rahmen der Einführung in den Stahlbeton nicht weiter behandelt, bei Bedarf kann es dem Bild 3.9 des EC2 entnommen werden.

6 Schnittgrößenermittlung

In diesem Abschnitt werden zunächst die Idealisierungen und Vereinfachungen behandelt, die als Grundlage für die Berechnung von Schnittgrößen benötigt werden. Im Abschnitt 6.2 werden mögliche Verfahren der Schnittgrößenberechnungen bei statisch unbestimmten Systemen vorgestellt. In Abschnitt 6.3 werden Vereinfachungen für die Bemessungswerte von Schnittgrößen angegeben.

6.1 Grundlagen, Idealisierungen und Vereinfachungen

Eine genaue Berechnung des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen ist aufgrund des komplexen Werkstoffverhaltens sehr aufwendig und auch nur sehr begrenzt möglich. Für den Nachweis der Tragfähigkeit genügt ohnehin ein Nachweis auf der sicheren Seite. Dies darf allerdings nicht zu großzügig ausgenutzt werden, da Stahlbetonkonstruktionen sonst unwirtschaftlich werden. Um den Rechenaufwand erträglich zu halten, haben sich die Annahmen und Vereinfachungen der nachfolgenden Abschnitte bewährt.

6.1.1 Wirksame Stützweiten von Platten und Balken

Am Beginn einer Schnittgrößenberechnung muss man sich stets um eine sinnvolle Modellbildung für das zu berechnende Tragwerk bemühen. Unter der Modellbildung versteht man die Wahl des statischen Systems für ein reales Tragwerk.

Auflagerungen auf Mauerwerk, auf Stahlträgern oder anderen nicht monolithisch verbundenen Auflagern dürfen genügend genau als gelenkige Auflagerungen angenommen werden. Dies gilt auch dann, wenn das Bauteil scheinbar zwischen zwei Mauerwerkswänden eingespannt ist, sofern die Auflagertiefe nicht übermäßig groß ist (nicht größer als etwa die zweifache Dicke des Bauteils).

Generell können die Achsen für gelenkige Lagerungen (Auflagerachsen) in den Achsen der unterstützenden Bauteile angenommen werden. Die Spannweite oder rechnerische Stützweite l_{eff} ergibt sich dann jeweils zwischen den Auflagerachsen. Die rechnerische Stützweite ist von der lichten Weite l_n zu unterscheiden (vgl. Bild 6-1). Bei gelenkigen Endauflagerungen darf die rechnerische Stützweite leicht reduziert werden, da sich die resultierende Auflagerkraft etwa zwischen der Mitte und dem Drittelspunkt der Auflagertiefe ergibt. Ebenso muss die Lagerachse nicht weiter als $h/2$ vom Auflagertrand entfernt angenommen werden.

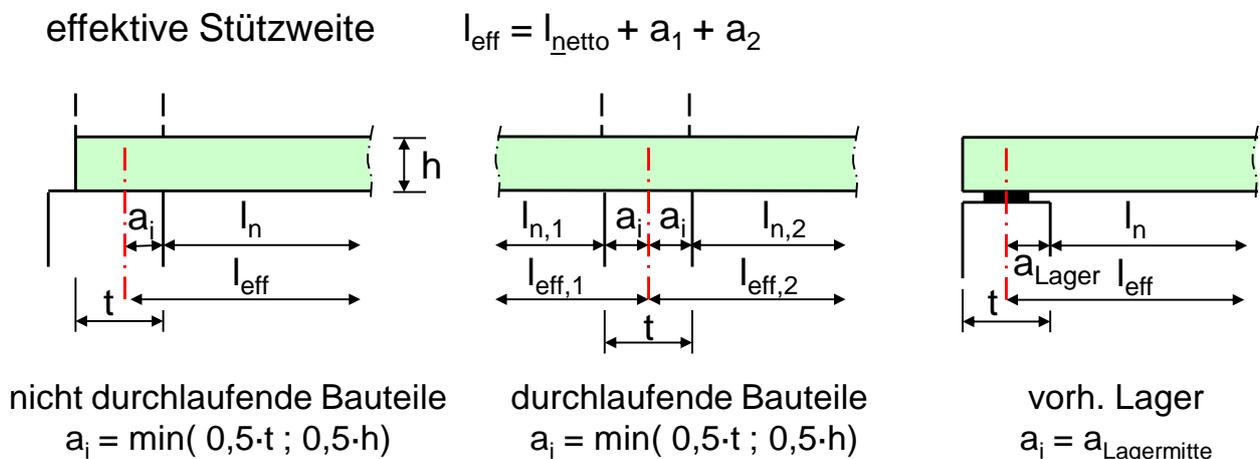


Bild 6-1 Lage der rechnerischen Auflagerachsen, EC2, Bild 5.4

Bei Einspannungen (monolithischen Verbindungen mit angrenzenden Stahlbetonbauteilen) darf die Auflagerachse in bestimmten Fällen vor die Achse des unterstützenden Bauteils verlegt werden (Bild 6-2). Für Kragträger gelten die Regelungen nach Bild 6-2.

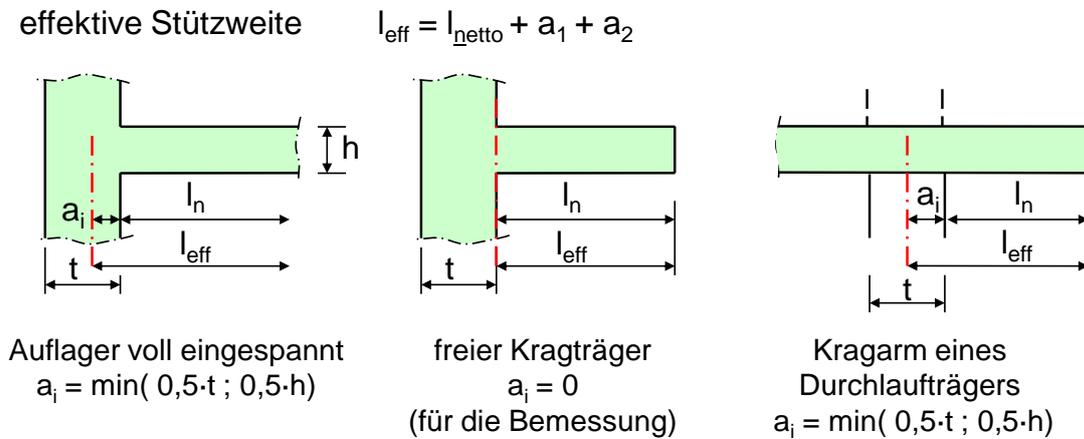


Bild 6-2 Lage der rechnerischen Auflagerachsen für Einspannungen und Kragträger, EC2, Bild 5.4

6.1.2 Imperfektionen

Imperfektionen (Abweichungen von Sollmaßen) müssen berücksichtigt werden, wenn sie einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Schnittgrößenberechnung haben. Dies ist überwiegend bei druckbeanspruchten Bauteilen (z. B. Stützen) oder dem Nachweis der Gebäudestabilität von Bedeutung. Imperfektionen werden im Teil „Bauteile“ unter dem Abschnitt „Stützen und Rahmen“ behandelt.

6.1.3 Maßgebende Laststellungen

Die verschiedenen Bereiche eines Tragwerkes müssen jeweils für die ungünstigste Einwirkungskombination nachgewiesen werden (EC2, 5.1.3). Hierbei sind insbesondere die veränderlichen Einwirkungen, i.d.R. die Nutzlasten, so anzuordnen, dass sich extremale Schnittgrößen oder Auflagerreaktionen ergeben. Mit Hilfe von verformten Tragwerken kann man sich sehr gut überlegen, wo die Einwirkungen ungünstig anzuordnen sind.

Für Trägersysteme sind einige Anordnungen in Bild 6-3 erläutert.

feldweise ungünstige Anordnung veränderlicher Einwirkungen:

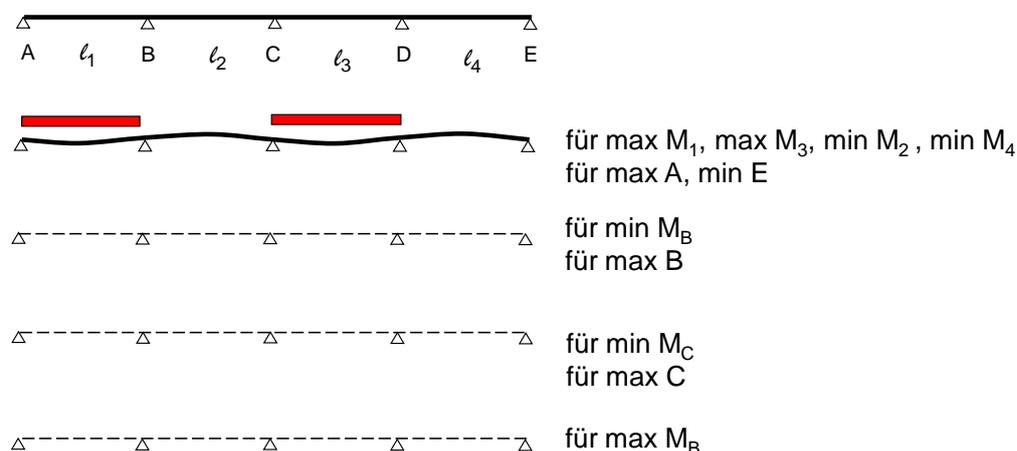


Bild 6-3 feldweise ungünstige Anordnung veränderlicher Einwirkungen (bitte Eintragungen ergänzen)

Für übliche Stahlbetonkonstruktionen sind die Eigengewichtslasten **nicht** feldweise wechselnd mit dem Sicherheitsbeiwert 1,35 oder 1,0 zu versehen. Zu untersuchen sind allerdings der ungünstig wirkende Fall mit $\gamma_G = 1,35$ für die Gesamtkonstruktion und der günstig wirkende Fall mit $\gamma_G = 1,0$.

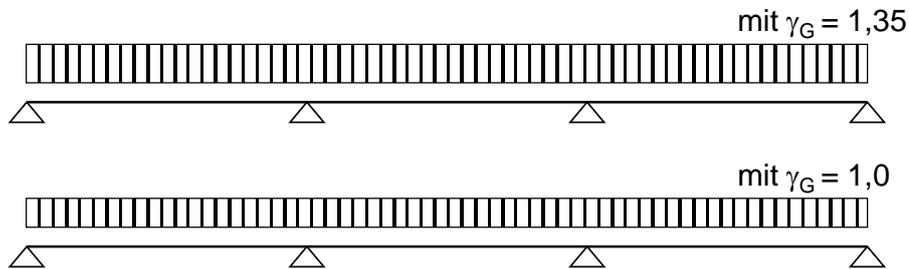


Bild 6-4 Laststellungen für den Lastfall Eigengewicht

In Ausnahmefällen sollte überlegt werden, ob bestimmte Eigengewichtslasten unabhängig vom Sicherheitsbeiwert der übrigen Eigengewichtslasten alternativ mit $\gamma_G = 1,35$ oder $\gamma_G = 1,0$ kombiniert werden müssen.

6.1.4 Querkräfte von DLT

Querkräfte in Durchlaufträgern dürfen auch weiterhin wie nach DIN 1045-1, 7.3.2(5) bei „üblichen Hochbauten“ gemäß EC2, NA 1.5.2.5 für **Vollbelastung** (veränderliche Einwirkungen nicht feldweise) unter **Beachtung der Durchlaufwirkung** ermittelt werden, sofern das Stützweitenverhältnis benachbarter Felder bei annähernd gleicher Steifigkeit die Grenzen $0,5 < l_{eff,1} / l_{eff,2} < 2,0$ einhält (NCI zu 5.1.3 des EC2).

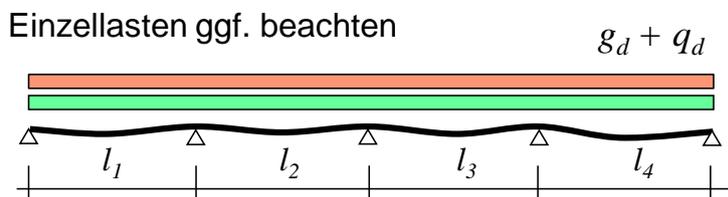
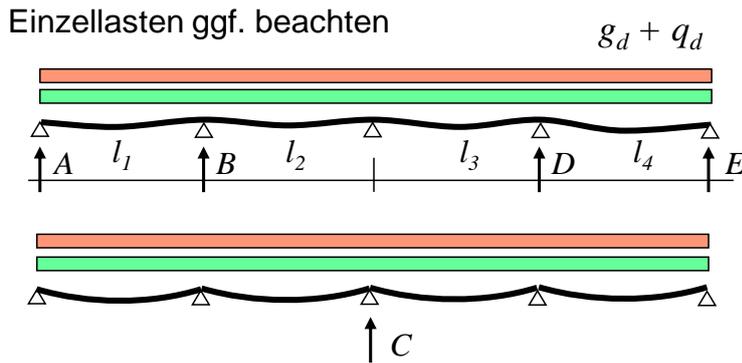


Bild 6-5 Vollbelastung für Querkräfte im üblichen Hochbau

Bei dieser Regelung muss beachtet werden, dass im Bereich der rechnerischen Querkraftnullpunkte die Querkräfte durch ungleichmäßige Nutzlastverteilung deutlich größer ausfallen können. Daher ist eine Mindestquerkraftbewehrung stets zu beachten. Z.B. bei Öffnungen in Balken in der Nähe des rechnerischen Querkraftnullpunktes ist ein genauerer Nachweis erforderlich.

6.1.5 Stützkräfte, Auflagerreaktionen von DLT

Stützkräfte und Auflagerreaktionen von Durchlaufträgern dürfen auch weiterhin wie nach DIN 1045-1, 7.3.2(4) für **Vollbelastung** (veränderliche Einwirkungen nicht feldweise) unter Vernachlässigung der Durchlaufwirkung ermittelt werden. Ausnahme: erstes Innenaufleger und Innenlager mit einem Stützweitenverhältnis benachbarter Felder bei annähernd gleicher Steifigkeit außerhalb $0,5 < l_{eff,1} / l_{eff,2} < 2,0$.



$$A \approx 0,4 \cdot l_1 \cdot (g_d + q_d)$$

$$B \approx (0,6 \cdot l_1 + 0,5 \cdot l_2) \cdot (g_d + q_d)$$

$$C \approx 0,5 \cdot (l_2 + l_3) \cdot (g_d + q_d)$$

Bild 6-6 näherungsweise Ermittlung der Stützkräfte bei DLT

6.2 Verfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen

Auswirkungen der Tragwerksverformungen auf die Schnittgrößen können i.d.R. vernachlässigt werden, wenn die Verformungen klein sind. Wir sprechen dann von einer Schnittgrößenberechnung nach „Theorie I.Ordnung“. Mit dieser Vereinfachung ergeben sich Schnittgrößen in stabförmigen Bauteilen bei statisch bestimmten Systemen allein aus den Gleichgewichtsbedingungen. Verformungen des Systems und die Art des Werkstoffgesetzes beeinflussen die Schnittgrößen dann nicht.

Bei statisch unbestimmten Systemen müssen auch bei der Vereinfachung nach Theorie I.Ordnung Verformungsbedingungen berücksichtigt werden (die Gleichgewichtsbedingungen reichen nicht mehr aus), um die Schnittgrößen berechnen zu können. Da die Verformungen eines Bauteils vom Werkstoffgesetz des Materials abhängen, unterscheiden sich die Ergebnisse einer Schnittgrößenberechnung in Abhängigkeit des verwendeten Werkstoffgesetzes. Die Berechnung des wirklichen Tragverhaltens eines Stahlbetonbauteils ist infolge

- des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Betons,
- der Rissbildung des Betons und
- infolge des nichtlinearen Verbundverhaltens zwischen Beton und Betonstahl

sehr schwierig (das bilineare Verhalten des Betonstahls findet vergleichsweise einfach Eingang in die Berechnung). Aufgrund dieser komplexen Zusammenhänge beim Stahlbeton können Schnittgrößenberechnungen von statisch unbestimmten Systemen immer nur auf der Grundlage von Näherungsverfahren angestellt werden. Eine einfache Näherung ergibt sich bei der Verwendung eines linear-elastischen Werkstoffgesetzes (Hooke'sches Werkstoffgesetz). Es bietet den Vorteil einer einfachen, statisch unbestimmten Berechnung und einer Superposition (Überlagerung, Addition) einzelner Lastfälle.

Unabhängig vom gewählten Verfahren der Schnittgrößenermittlung sind bei Durchlaufträgern meist die Biegemomente an den Zwischenstützungen das Ergebnis der stat. unbest. Berechnung. Alle weiteren Schnittgrößen, insbesondere deren Verläufe können dann mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen an freigeschnittenen Teilsystemen bestimmt werden.

6.2.1 Linear-elastische Berechnung

Obwohl das Verhalten von Stahlbetonbauteilen nichtlinear ist, können Schnittgrößen näherungsweise nach linearer Elastizitätstheorie ermittelt werden, sofern Auswirkungen infolge Theorie II.Ordnung unberücksichtigt bleiben können. Wegen der einfachen Handhabung und der möglichen Superposition einzelner Lastfälle kommt die lineare Schnittgrößenermittlung häufig zur Anwendung.

6.2.2 Linear-elastische Berechnung mit Umlagerung

Statisch unbestimmte Tragwerke haben den Vorteil, dass man Schnittgrößen gezielt durch ihre konstruktive Ausbildung steuern kann. Je nach Menge und Verteilung von Bewehrung können Schnittgrößen erzwungen werden, die sich im Tragwerk dann auch so einstellen können, sofern die Gleichgewichtsbedingungen nicht missachtet werden. Allerdings treten hierbei plastische Verformungen auf, deren Verträglichkeit auch nachgewiesen werden muss. Für das vorliegende Verfahren können diese Nachweise sehr vereinfacht geführt werden.

6.2.3 Verfahren nach Plastizitätstheorie

Die Umlagerung von Schnittgrößen kann bei Anwendung dieses Berechnungsverfahrens für die Schnittgrößen in größerem Maße genutzt werden als nach dem vorhergehenden Abschnitt. Die hierfür erforderlichen Nachweise für die Sicherstellung der plastischen Verformungen (plastischen Rotationen) fallen dafür etwas aufwändiger aus.

6.2.4 Nichtlineare Verfahren

Nichtlineare Verfahren bleiben Sonderbetrachtungen vorbehalten, da sie in der praktischen Anwendung sehr aufwändig sind und einer besonderen Erfahrung bedürfen. Der Aufwand entsteht dadurch, dass die Berechnung nur durchgeführt werden kann, wenn die Bewehrung des Bauteil nach Menge und Verteilung bekannt ist. Da einzelne Lastfälle nicht superponiert werden können, muss jede ungünstige Einwirkungskombination gesondert untersucht werden.

Bezüglich der charakteristischen Materialwerte müssen auch hier Annahmen getroffen werden, die die Wirklichkeit nur bedingt abbilden können. Für die Verformungsberechnungen, die sich aus integralen Beziehungen über das gesamte Tragwerk ergeben, werden sinnvollerweise etwa Mittelwerte der Baustoffeigenschaften verwendet, für örtliche Nachweise im GZT müssen hingegen schlechtere Eigenschaften angesetzt werden, da örtliche Schwachstellen nachzuweisen sind.

Hinzu kommt, dass Verformungen stabilitätsgefährdeter Bauteile aus Gründen der Sicherheit nicht mit Mittelwerten der Baustoffeigenschaften ermittelt werden dürfen, so dass leider keine einheitliche Vorgehensweise bei der nichtlinearen Schnittgrößenberechnung angewendet werden kann.

6.2.5 Nichtlineares Verfahren für Bauteile unter überwiegendem Längsdruck

6.2.6 Besonderheiten der Schnittgrößenberechnung vorgespannter Konstruktionen

6.3 Bemessungswerte von Schnittgrößen

Aus den jeweils ungünstigsten Laststellungen ergeben sich unabhängig von den im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten Berechnungsverfahren extremale Schnittgrößenverläufe. Eine Biegebemessung wird üblicherweise nur für die Extremwerte durchgeführt. Die Bewehrung in den Bereichen zwischen den Extremwerten wird über die sogenannte „Zugkraftdeckung“ nach Abschnitt 13 ermittelt. Beispielhaft sind die Extremalverläufe des Biegemomentes an einem Zweifeldträger in Bild 6-7 dargestellt.

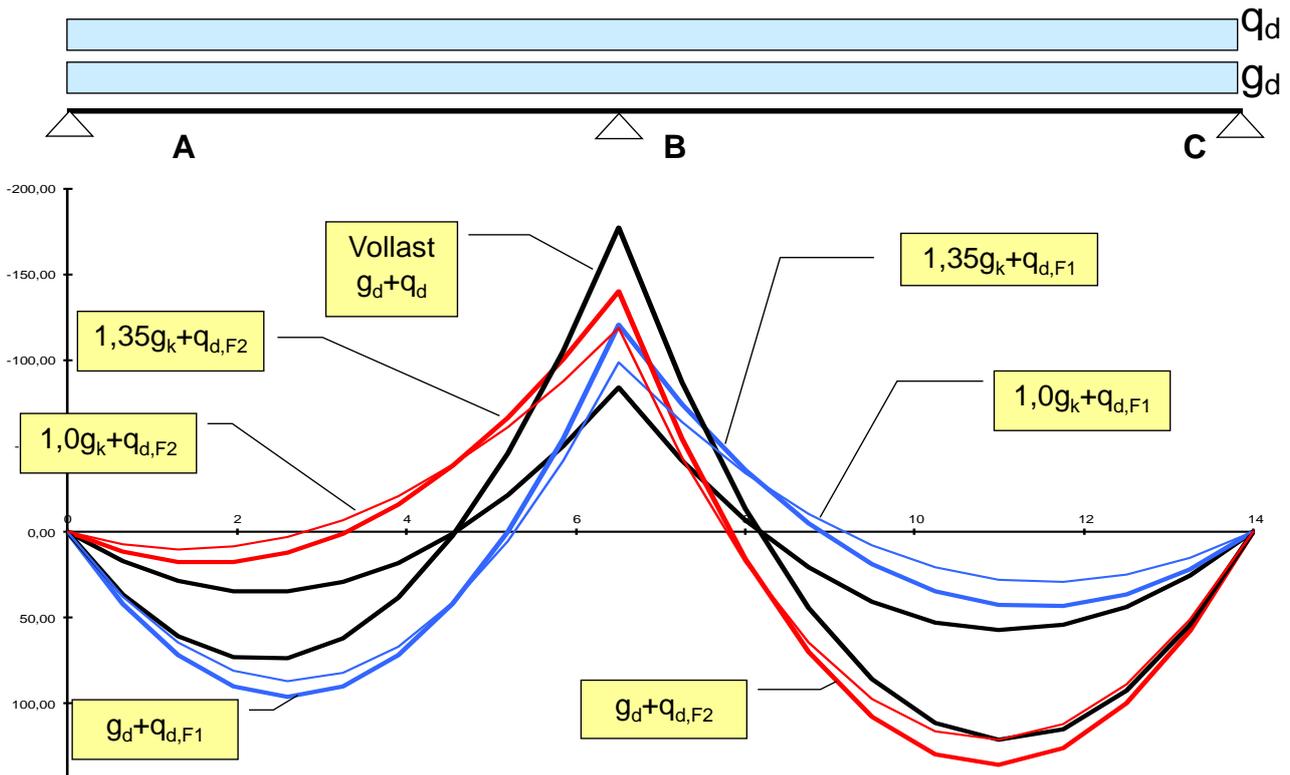


Bild 6-7 Extremalmomentenverläufe am Beispiel eines Zweifeldträgers (bitte Eintragungen ergänzen)

Besondere Beachtung ist den am weitesten von den Stützungen entfernten Momentennulldurchgängen zu schenken. Diese entstehen unter 1,0fachen ständigen Lasten und 1,5facher Belastung aus veränderlicher Last in den benachbarten Feldern.

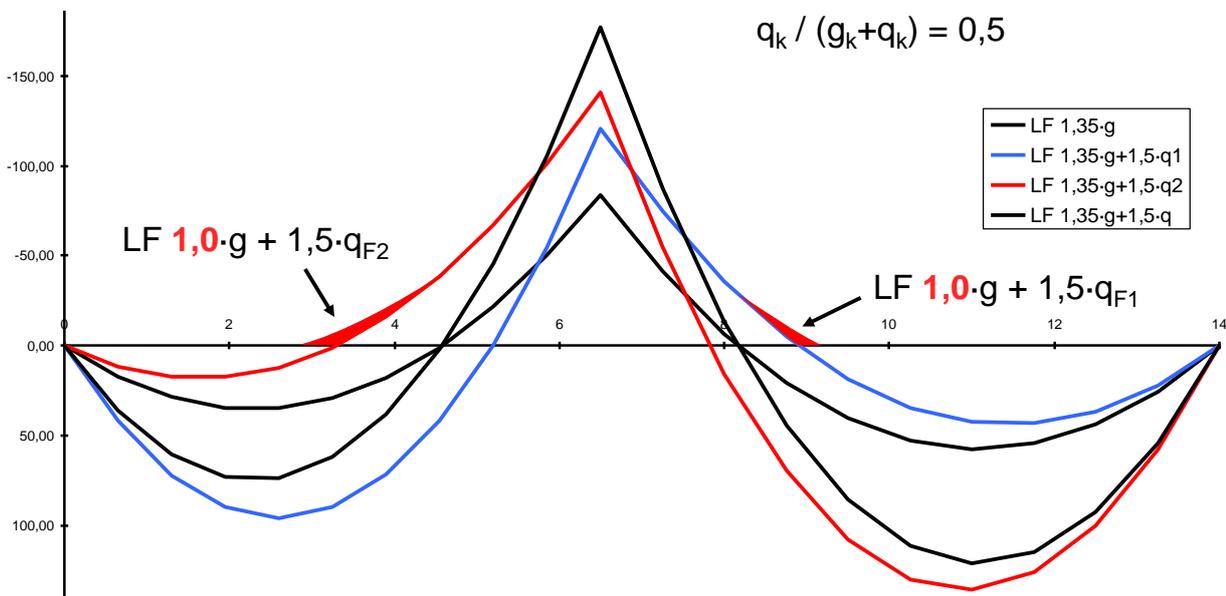


Bild 6-8 maßgebende Einwirkungskombination für den Momentennulldurchgang

Nach Meinung des Verfassers sollte abweichend von EC2, 5.1.3 (NA.4) immer die Einwirkungskombination mit $\gamma_G = 1,0$ berücksichtigt werden.

Die in Abschnitt 6.1 vereinbarten Simplifizierungen erlaubten eine vereinfachte Schnittgrößenberechnung. In Detailbereichen, z.B. an den Unterstüzungen kommt es zu erheblichen Abweichungen vom realen Verhalten des Tragwerkes geben. Nachfolgend werden zwei Fälle für die Bemessung an Unterstüzungen unterschieden.

6.4 Bemessungsmomente an Auflagern

Für die Schnittgrößenberechnung wurde die Auflagerung vereinfachend als Schneidenauflager angenommen. Dies ergibt einen sehr hohen Stützmomentenwert, der so im Bauwerk nicht auftritt, da die Auflagerpressungen meist gleichmäßig über die volle Auflagerbreite angenommen werden können. Bei einer gleichmäßigen Pressung entsteht ein parabelförmig ausgerundeter Momentenverlauf.

6.4.1 Bemessung für das ausgerundete Moment

Bei einer Auflagerung, die keine monolithische Verbindung darstellt, darf für das ausgerundete Moment bemessen werden. Das Bemessungsmoment ergibt sich aus dem Mittelwert der Anschnittsmomente zuzüglich der eingehängten Parabel infolge der Auflagerpressung (siehe Bild 6-9).

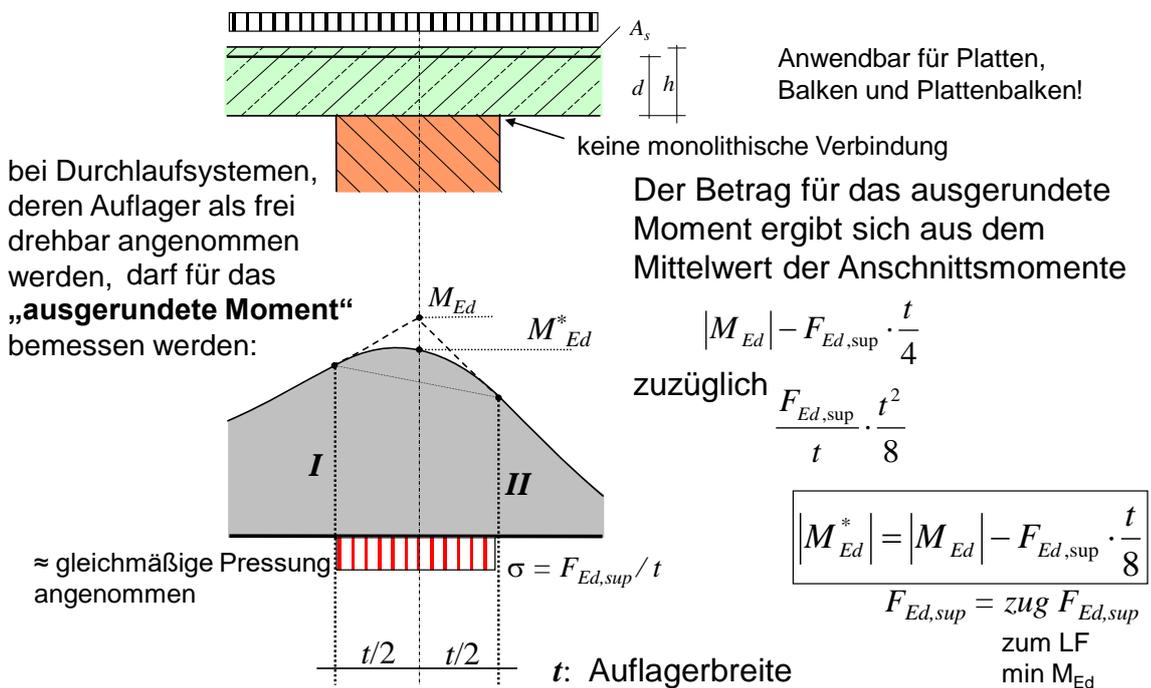


Bild 6-9 Bemessung für das ausgerundete Moment nach EC2, 5.3.2.2 (4)

6.4.2 Bemessung am Anschnitt von Unterstützungen

Bei monolithischer Verbindung mit dem Auflager und einer Ausbreitung der Druckzone in das unterstützende Bauteil unter einer Steigung von mindestens 1:3 vergrößert sich der innere Hebelarm für das ausgerundete Moment. Dann muss aber auch die Bemessung am Anschnitt mit dem kleineren inneren Hebelarm betrachtet werden. Da diese in nahezu allen Fällen zu einer größeren Bewehrungsmenge führt, ist die Bemessung am Anschnitt zu vorzunehmen.

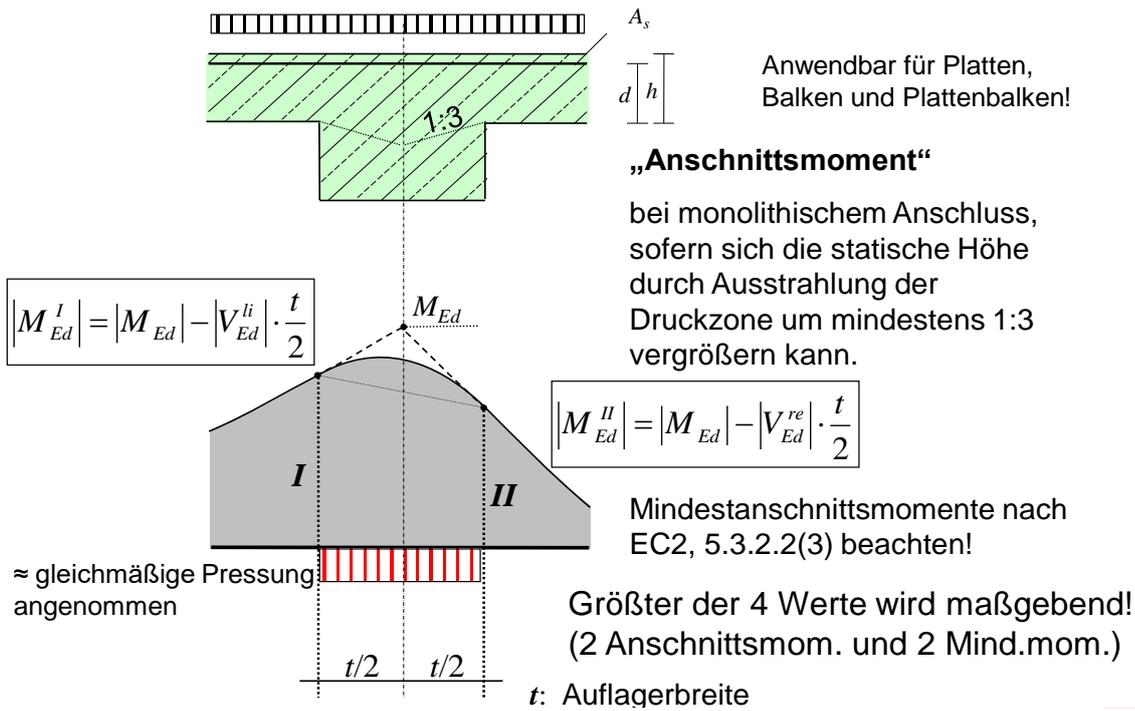


Bild 6-10 Bemessung für das Moment am Anschnitt nach EC2, 5.3.2.2 (3)

Wenn sich bei einer monolithischen Verbindung mit der Unterstützung die Druckzone in das unterstützende Bauteil mindestens mit dem Winkel 1:3 ausbreiten kann, so dass sich der innere Hebelarm vergrößert, dann wird in den meisten Fällen das Moment am Anschnitt mit dem kleineren inneren Hebelarm eine größere Bewehrung ergeben als die Bemessung mit dem ausgerundeten Momentenwert und dem vergrößerten inneren Hebelarm. Die vielfach verwendete Formulierung „es darf am Anschnitt bemessen werden“ ist nicht ganz korrekt, aber trotzdem gebräuchlich. Das Bemessungsmoment am Anschnitt wird in Bild 6-10 angegeben.

Hinweis: die Anschnittsmomente sind Näherungswerte! (s. Bild 6-11)

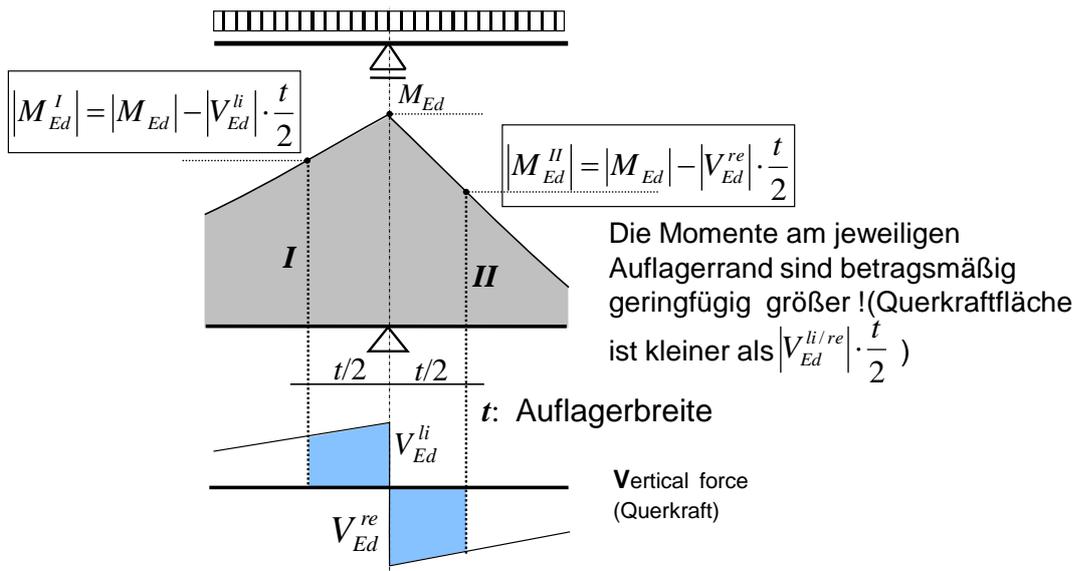
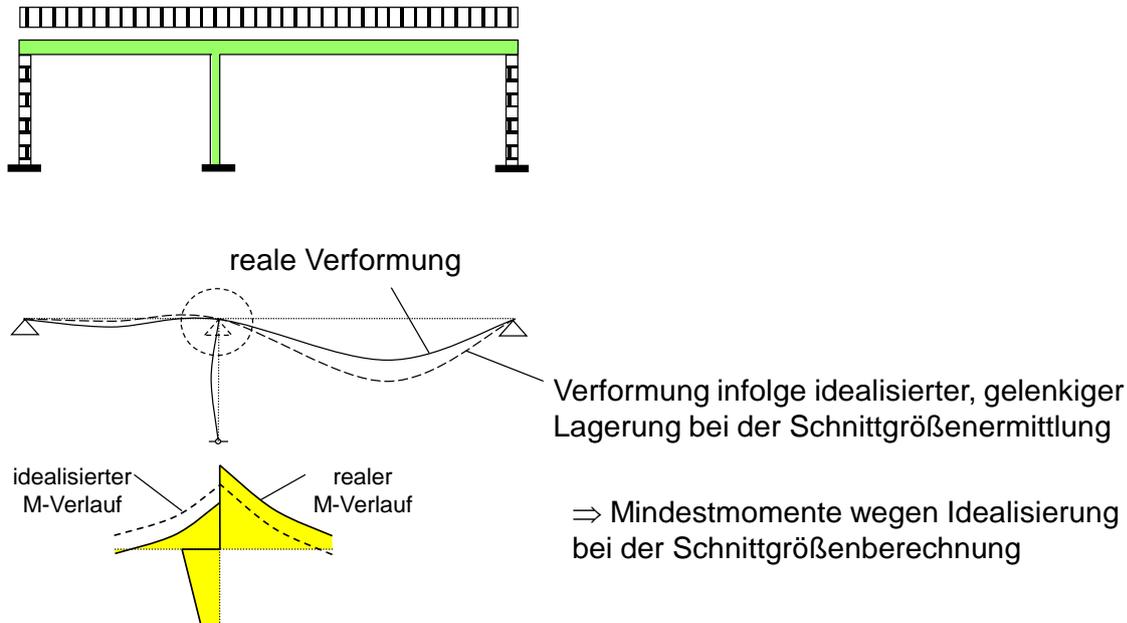


Bild 6-11 Momentenwerte an den Anschnitten

6.4.3 Mindestanschnittsmomente

Die vereinfachte Annahme einer frei drehbaren Lagerung führt zu einer Abweichung vom realen Momentenverlauf, wie dies bei einer biegesteifen Verbindung mit einer Wand im Bild 6-12 zu erkennen ist. Auch bei sehr breiten Unterzügen ergeben sich erhebliche Abweichungen von der vereinfacht angenommenen Momentenlinie. Daher sollen nach EC2, 5.3.2.2(3) in den Anschnitten vertikaler Auflager von Durchlaufträgern die Bemessungsmomente nicht geringer sein als 65 % des Momentes bei Annahme voller Einspannung am Auflagerrand.



Wegen weiteren Abweichungen von der rechnerischen Momentenlinie ist stets das Mindestmoment zu beachten.

Bild 6-12 Berücksichtigung von Mindestmomenten am Anschnitt

Das Mindestanschnittsmoment gilt vornehmlich bei einer Bemessung am Anschnitt und wird, wenn überhaupt, nur an der Seite einer Stützung maßgebend, wo eine nennenswerte Neigung der Tangente an die Biegelinie zum Feld hin stattfindet (s. Bild 6-12).

An Bild 6-12 kann auch abgelesen werden, dass bei Annahme idealisierter Auflagergelenke eine Regelung für ein Mindestfeldmoment für die Felder sinnvoll wäre, die aufgrund einer großen Stützungsverdrehung zum Nachbarfeld hin rechnerisch nur geringe Feldmomente erhalten. Eine entsprechende Regelung wird in EC2 aber nicht angegeben.

Daher sollte die bisherige Regelung für die Mindestfeldmomente angewendet werden: Feldmoment bei Innenfeldern für beidseitige Volleinspannung, bei Randfeldern für einseitige Volleinspannung.

7 Grenzzustand der Tragfähigkeit für Biegung und Längskraft

7.1 Allgemeines / Einführung / Überblick

Die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit werden für den Nachweis der Standsicherheit von Bauteilen und Tragkonstruktionen geführt. Aufgrund des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen können die Nachweise für Biegung und Längskraft weitestgehend von denen für Querkraft und Torsion getrennt geführt werden. Die Nachweise für Querkraft allein folgen in Abschnitt 8. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit für Biegung und Längskraft ist nachzuweisen (vgl. Gleichung 3.4):

$$E_d \leq R_d \quad (7-1)$$

Für Normalkraft allein wurde das Tragverhalten bereits in Abschnitt 2.2.1 erläutert, der Nachweis lautet in diesem Fall:

$$N_{Ed} \leq N_{Rd} \quad (7-2)$$

Für die Beschreibung des grundsätzlichen Tragverhaltens von Biegebauteilen kann auf Abschnitt 2.2.3 verwiesen werden, für Biegung allein schreibt man als Nachweis:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (7-3)$$

Für die Kombination von Biegemomenten und Normalkräften kann der Nachweis nicht analog in dieser einfachen, eindimensionalen Form beschrieben werden. Wir werden den Nachweis später dennoch auf einfache Art führen können.

Die Kombinationen der Einwirkungen und die sich auf das Bauteil ergebenden einwirkenden Schnittgrößen (Beanspruchung) N_{Ed} und M_{Ed} sind nach Abschnitt 3.4.1 zu ermitteln. Im vorliegenden Abschnitt wird der Tragwiderstand des Bauteils, also die aufnehmbaren Schnittgrößen N_{Rd} und M_{Rd} bestimmt.

In einem ersten Schritt werden die maßgebenden Querschnitte (Querschnitte der extremalen Beanspruchung) eines Tragwerkes (Balken, Platte, Rahmen, etc.) ermittelt und nachgewiesen. In einem späteren Schritt (Zugkraftdeckung) erfolgt ggf. eine Abstufung des Tragwiderstandes entsprechend dem Verlauf von Moment und Normalkraft zwischen den Stellen extremaler Beanspruchung über die Länge des Bauteils.

Da es hier also um den Tragwiderstand von Querschnitten geht, bleibt das Tragverhalten der Bauteile insgesamt zunächst unberücksichtigt. Auch das Stabilitätsversagen von Stützen wird in einem späteren Abschnitt untersucht.

In den Abschnitten 7.3 bis 7.5 werden überwiegend auf Biegung beanspruchte Bauteile untersucht. Die Ermittlung einer erforderlichen Robustheitsbewehrung zur Sicherstellung eines ausreichend duktilen Bauteilverhaltens von überwiegend auf Biegung beanspruchten Bauteilen wird in Abschnitt 7.6 vorgestellt. In den Abschnitten 7.7 bis 7.9 werden die Fälle mit überwiegender Längskraft behandelt.

Im Rahmen der Einführung in die Bemessung von Stahlbetonbauteilen werden wir uns auf einfach symmetrische Querschnitte mit Biegung um nur eine Achse beschränken. Im Abschnitt 7.10 wird ein kurzer Hinweis für die Bemessung bei Biegung um zwei Achsen gegeben.

Bevor nun die Grundlagen der Bemessung im folgenden Abschnitt behandelt werden, lohnt es sich, noch einmal einen Blick auf die zwei einführenden Beispiele aus Abschnitt 2.2 zu werfen.

7.2 Grundlagen der Bemessung

Sobald in Stahlbetonbauteilen Zugspannungen entstehen, die die Zugfestigkeit des Betons überschreiten, dies ist schon bei geringer Belastung der Fall, bilden sich Risse. Diese Risse gehören zur Bauweise und gelten nicht als Mangel. Ist ein Bauteil gerissen, ist die Hypothese des Ebenbleibens der Querschnitte nach Bernoulli in keinem Querschnitt mehr gültig. Da den Bauingenieuren seit Bernoulli an Stelle seiner Hypothese nichts vergleichbar Einfaches eingefallen ist, wird sie weiterhin als Näherung angewendet. Sie ist nur in einem Balkenabschnitt im Mittel gültig, aber in keinem einzigen Querschnitt. Da man im GZT für Biegung zusätzlich davon ausgeht, dass Zugspannungen im Beton als nicht vorhanden gelten, stimmt die Hypothese doch wieder ziemlich gut. Eine genaue Berechnung ist auch trotz erheblichen Aufwandes und dem Einsatz modernster Software kaum möglich und in der täglichen Bemessungspraxis nicht zu bewältigen, aber auch nicht notwendig.

Die Zugspannungen des Betons werden im GZT für Biegung und Längskraft rechnerisch nicht angesetzt, da die Zugspannungen recht klein und aufgrund der starken Streuungen der Materialeigenschaften nur sehr unzuverlässig vorhersehbar sind. In Querschnittsbereichen, die auf Zug beansprucht werden, kann rechnerisch nur der Betonstahl Zugkräfte aufnehmen.

Für die Bemessung können die in Abschnitt 5.4 für Beton und in Abschnitt 5.5 für Betonstahl vorgestellten, idealisierten Werkstoffgesetze verwendet werden.

7.2.1 Grenzdehnungen, Spannungen und resultierende Kräfte von Stahl und Beton

Die Art der Nachweisführung mit aufnehmbaren Schnittgrößen N_{Rd} und M_{Rd} erfordert die Definition von Grenzzuständen. Aus wirtschaftlichen Gründen wollen wir die Baustoffe rechnerisch ausnutzen. Ein Grenzzustand liegt vor, wenn entweder der Beton oder der Betonstahl seine Grenzdehnung erreicht. Nicht das Erreichen der jeweiligen Festigkeiten oder charakteristischen Baustoffeigenschaften kennzeichnet einen Grenzzustand! Im Folgenden sind einige Beispiele von Grenzdehnungsverläufen mit den zugehörigen Spannungen von Beton und Stahl dargestellt.

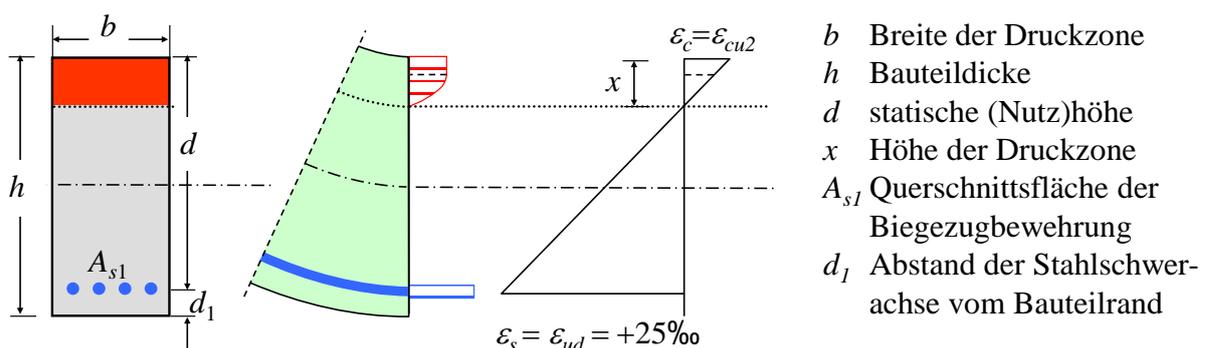


Bild 7-1 Grenzdehnungsverlauf, auf der Druckseite wird die Grenzdehnung des Betons ($\epsilon_{cu2} = -3,5\text{‰}$ bis C50/60), auf der Zugseite wird die Grenzdehnung des Betonstahls erreicht, für ϵ_{cu2} und ϵ_{su} siehe Bild 5-4 und Bild 5-6

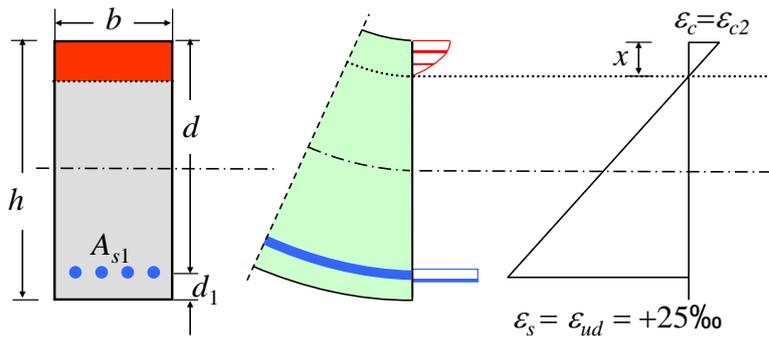


Bild 7-2 Grenzdehnungsverlauf, auf der Zugseite wird die Grenzdehnung des Betonstahls erreicht, Dehnung auf der Druckseite $\varepsilon_{c,2} = -2,0\text{‰}$ (bis C50/60), siehe Bild 5-4

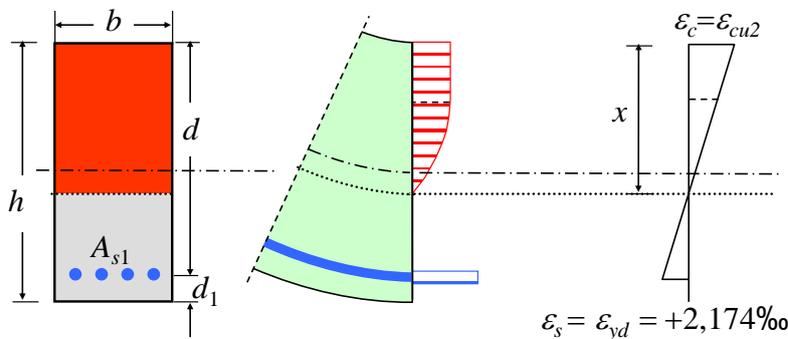


Bild 7-3 Grenzdehnungsverlauf, auf der Druckseite wird die Grenzdehnung des Betons $\varepsilon_{cu,2} = -3,5\text{‰}$ (bis C50/60) erreicht, auf der Zugseite kann gerade noch die Fließdehnung ε_{yd} des Betonstahls ausgenutzt werden (Wirtschaftlichkeit), s. Bild 5-6

Man könnte diese und weitere Fälle in einer Tabelle auflisten und die jeweilige Druckzonenhöhe x ermitteln. Wie man feststellen kann, gibt es eine eindeutige Zuordnung.

Die resultierende Stahlkraft kann immer recht einfach aus dem Betonstahlquerschnitt und der Stahlspannung, die sich aufgrund der Dehnung aus dem Werkstoffgesetz ergibt bestimmt werden.

Schwierigkeiten bereitet die Ermittlung der resultierenden Druckkraft und ihres Abstandes zur Schwerachse (oder zum Druckrand des Querschnittes). Wir wollen beide Größen (resultierende Kraft und Randabstand) für den häufig vorkommenden Praxisfall (rechteckige Form der Druckzone und Grenzdehnung wird auf der Betondruckseite erreicht, Bild 7-1 und Bild 7-3) bestimmen.

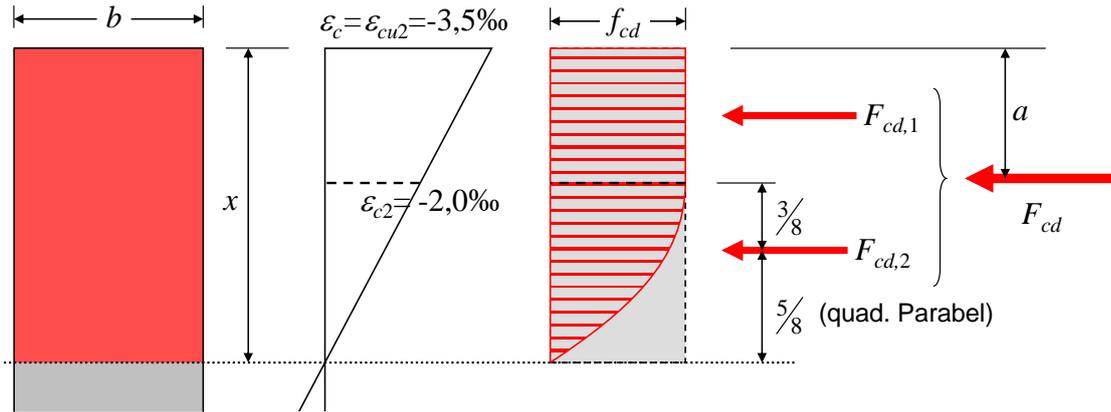


Bild 7-4 Ermittlung der resultierenden Druckkraft und ihres Randabstandes für einen Querschnitt mit rechteckförmiger Druckzone bei Ansatz des Parabel-Rechteck-Diagramms nach Bild 5-4, Grenzdehnung des Betons wird am oberen Rand erreicht, Zahlenwerte bis C50/60, ϵ_{cu2} und ϵ_{c2} nach Bild 5-4

$$\begin{aligned}
 F_{cd,1} &= 1,0 \cdot f_{cd} \cdot \frac{1,5}{3,5} \cdot x \cdot b \\
 F_{cd,2} &= \frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot \frac{2,0}{3,5} \cdot x \cdot b
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} F_{cd,1} \\ F_{cd,2} \end{aligned}} \right\} F_{cd} = \alpha_R \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b$$

↳ hier mit $\alpha_R = 0,810$

$$F_{cd} \cdot a = F_{cd,1} \cdot a_1 + F_{cd,2} \cdot a_2$$

$$\Rightarrow a = \frac{\left(1,0 \cdot \frac{1,5}{3,5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1,5}{3,5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2,0}{3,5} \cdot \left(\frac{1,5}{3,5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2,0}{3,5} \right) \right)}{0,810} \cdot x = k_a \cdot x \quad \text{hier mit } k_a = 0,416$$

Für den Fall aus Bild 7-2 ist es für die resultierende Kraft und den Randabstand einfacher:

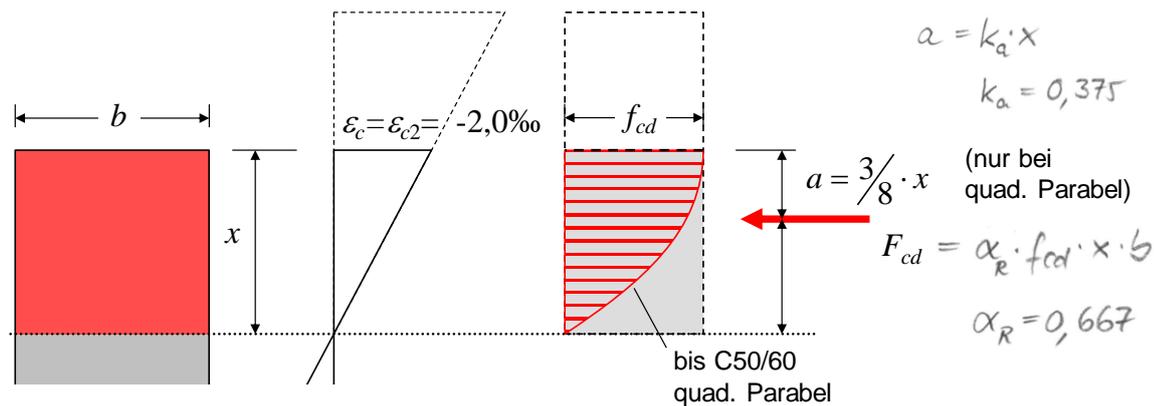


Bild 7-5 Ermittlung der resultierenden Druckkraft und ihres Randabstandes für einen Querschnitt mit rechteckförmiger Druckzone bei Ansatz des Parabel-Rechteck-Diagramms nach Bild 5-4, Dehnung des Betons $\epsilon_{c2} = -2,0‰$ wird am oberen Rand erreicht, Zahlenwerte bis C50/60

Werte der Randdehnung ε_c zwischen $-3,5\text{‰}$ und $-2,0\text{‰}$ müssen der Geometrie entsprechend berechnet werden.

Wenn die Randdehnung betragsmäßig kleiner als $-2,0\text{‰}$ wird (sie kann auch 0 erreichen), dann liegt die Druckkraft zwischen $\frac{2}{3} \cdot x \cdot b \cdot f_{cd}$ und dem Grenzwert 0 (vgl. Bild 7-6). Der Abstand a liegt zwischen $\frac{3}{8} \cdot x$ und $\frac{1}{3} \cdot x$.

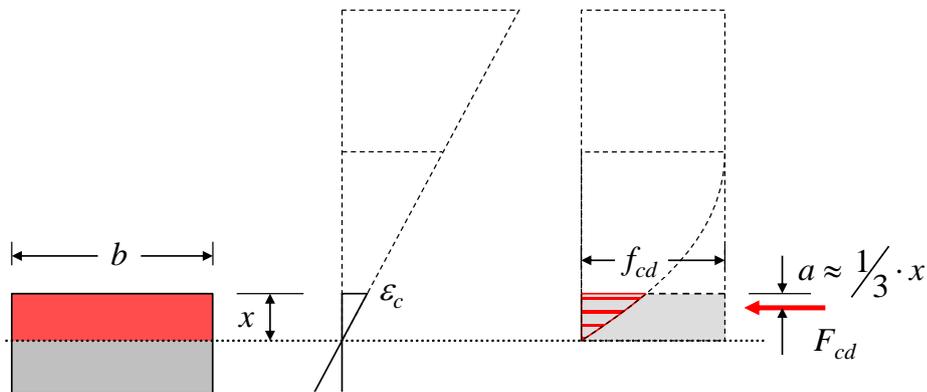


Bild 7-6 Ermittlung der resultierenden Druckkraft und ihres Randabstandes für einen Querschnitt mit rechteckförmiger Druckzone bei Ansatz des Parabel-Rechteck-Diagramms nach Bild 5-4, geringe Dehnung des Betons am oberen Rand

Da die Berechnungen in jedem Einzelfall zu aufwändig wären, können die Daten mit einfachen Programmen oder mit Hilfe von Diagrammen ermittelt werden.

Zu beachten ist, dass die oben ermittelten Werte für die resultierende Druckkraft und den Randabstand nur für Querschnitte mit rechteckförmiger Druckzone gültig sind. Falls Sie es nicht bemerkt haben: wir haben bei der Berechnung Integrale gelöst, bei nicht rechteckförmiger Druckzone müssen die Integrale elementar ermittelt und gelöst werden.

7.3 Bemessungsverfahren für Biegung ohne Längskraft

Die Beschränkung auf einfach symmetrische Querschnitte mit Biegung um nur eine Achse im Rahmen der Grundlagen der Stahlbetonbemessung wurde bereits oben benannt. Bei realen Bauwerken kommen häufig Querschnitte mit rechteckförmiger Druckzone vor, auf die wir uns hier konzentrieren wollen, Querschnitte mit anderen Querschnittsformen werden heute nahezu ausschließlich mit EDV-Programmen nachgewiesen.

7.3.1 Bemessungsverfahren für Querschnitte mit rechteckförmiger Druckzone

Bisher haben wir nur aufnehmbare Momente für einen gegebenen Betonquerschnitt (einschl. Betongüte) mit bekannter Betonstahlmenge (einschl. Betonstahlgüte) berechnet. Häufig wird aber die erforderliche Betonstahlmenge bei gegebenem Betonquerschnitt und Betongüte gesucht! Für diesen Fall muss man entweder eine Betonstahlmenge vorschätzen und dann iterativ die Schätzung verbessern oder man schätzt die Höhe der Druckzone vor und ermittelt iterativ das aufnehmbare Moment mit anschließender Berechnung der Bewehrungsmenge. Der letzte Weg ist mit einem etwas geringeren Aufwand verbunden und wird daher hier betrachtet.

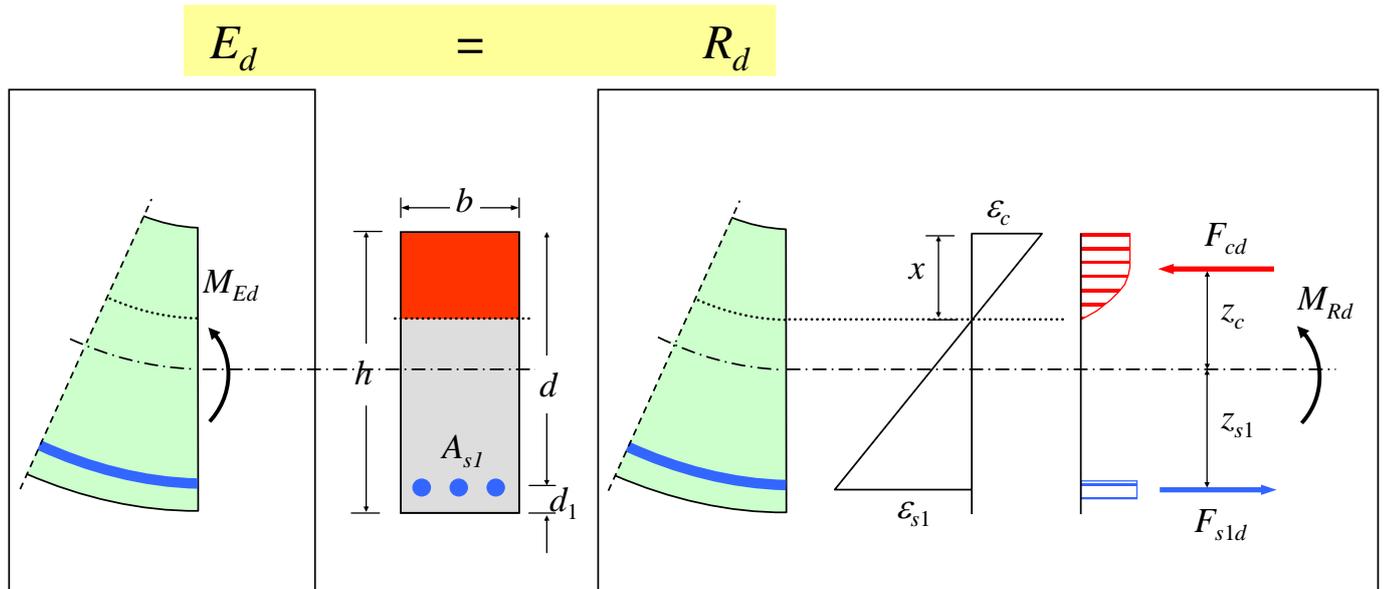


Bild 7-7 Dehnungen, Spannungen, resultierende Kräfte, aufnehmbares Moment

Gegebene Werte:

$$M_{Ed} = 0,415 \text{ MNm} \quad d_1 = 5 \text{ cm (vorgeschätzt)}$$

$$b = 0,40 \text{ m} \quad \Rightarrow d = 0,45 \text{ m}$$

$$h = 0,50 \text{ m}$$

1. Iterationsschritt:

Ann. Dehnungsverhältnis:

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{s1}} = \frac{-3,5}{25} \Rightarrow \frac{x}{d} = \frac{d}{|\epsilon_c| + \epsilon_{s1}}$$

Druckzonenhöhe:

$$x = 0,45 \text{ m} \cdot \frac{3,5}{3,5 + 25} = 0,0553 \text{ m}$$

resultierende Druckkraft:

$$F_{cd} = 0,810 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,0553 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} = 0,355 \text{ MN}$$

Randabstand:

$$a = 0,416 \cdot 0,0553 \text{ m} = 0,0230 \text{ m}$$

innerer Hebelarm:

$$z = d - a = 0,45 \text{ m} - 0,0230 \text{ m} = 0,427 \text{ m}$$

aufn. Moment:

$$M_{Rd} = 0,355 \text{ MN} \cdot 0,427 \text{ m} = 0,152 \text{ MNm} \ll 0,415 \text{ MNm}$$

2. Iterationsschritt:

verbesserte Druckzonenhöhe:

$$x_{i+1} \approx x_i \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{Rd,i}} = 0,0553 \cdot \frac{0,415}{0,152} = 0,151 \text{ m}$$

resultierende Druckkraft:

$$F_{cd} = 0,810 \cdot 19,83 \cdot 0,151 \cdot 0,40 = 0,970 \text{ MN}$$

Randabstand:

$$a = 0,416 \cdot 0,151 = 0,0628 \text{ m}$$

innerer Hebelarm:

$$z = 0,45 - 0,0628 = 0,387 \text{ m}$$

aufn. Moment:

$$M_{Rd} = 0,970 \text{ MN} \cdot 0,387 \text{ m} = 0,375 \text{ MNm}$$

3. Iterationsschritt:

verbesserte Druckzonenhöhe:

$$x = 0,151 \cdot \frac{0,415}{0,375} = 0,167 \text{ gewählt } 0,17 \text{ m}$$

resultierende Druckkraft:

$$F_{cd} = \quad \quad \quad = 1,092 \text{ m}$$

Randabstand:

$$a = \quad \quad \quad = 0,071 \text{ m}$$

innerer Hebelarm:

$$z = 0,379 \text{ m}$$

aufn. Moment:

$$M_{rd} = 0,414 \approx 0,415 \text{ MNm}$$

erforderliche Stahlkraft:

$$F_{s1d} = F_{ed} = 1,092$$

zugehörige Stahldehnung:

$$\frac{x}{3,5} = \frac{d-x}{\epsilon_{s1}} \Rightarrow \epsilon_{s1} = 3,5 \cdot \frac{d-x}{x} = 3,5 \cdot \frac{0,45-0,17}{0,17} = 5,76\%$$

zugehörige Stahlspannung:

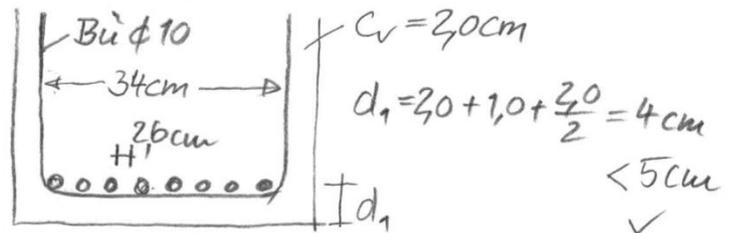
$$\sigma_{s1d} = 435 + \frac{457-435}{25-2,174} \cdot (5,76-2,174) = 438 \text{ MN/m}^2$$

erforderliche Bewehrungsmenge:

$$A_{s1} = \frac{F_{s1d}}{\sigma_{s1d}} = \frac{1,092 \text{ MN}}{438 \text{ MN/m}^2} = 0,00249 \text{ m}^2 \hat{=} 24,9 \text{ cm}^2$$

Bewehrungsskizze
und Kontrolle von d:

$$\boxed{\text{gew. } \epsilon \phi 20} \\ \hat{=} 25,12 \text{ cm}^2$$



Diskussion:

- iterative Berechnung ist sehr aufwändig
- die aufn. Druckkraft kann durch Veränderung der Druckzonenhöhe angepasst werden.
- entscheidend ist die Ermittlung des inneren Hebelarms.

Wenn Sie ein paar Mal iterativ Beispiele durchgerechnet haben, werden Sie sich etwas einfallen lassen, um den Aufwand zu minimieren.

7.3.1.1 Bemessung mit dimensionslosen Beiwerten (μ_{Eds} -Verfahren)

Zur Vermeidung von iterativer Bemessung wurde für Querschnitte mit rechteckförmiger Druckzone eine Bemessungstabelle entwickelt. Wir wollen sie anhand unseres Beispiels auf Plausibilität überprüfen.

Eingangswert:

$$\mu_{Ed} = \frac{0,415 \text{ MNm}}{0,4 \text{ m} \cdot 0,45^2 \text{ m}^2 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2} = 0,258$$

Ablezen des Beiwertes für den inneren Hebelarm:

$$\frac{z}{d} \approx 0,84 \text{ auf sicherer Seite ohne Interpol.}$$

erforderliche Stahlkraft:

$$0,415 / (0,84 \cdot 0,45) = 1,098$$

Ablezen der Stahlspannung:

$$438 \text{ MN/m}^2$$

erforderliche Bewehrungsmenge:

$$1,098 / 438 = 0,00251 \text{ m}^2 \hat{=} 25,1 \text{ cm}^2$$

Bewehrungsskizze und Kontrolle von d: (s.o.)

7.3.1.2 Das k_d -Verfahren

Dieses Verfahren liefert mit einer etwas anders aufgebauten Tabelle die exakt gleichen Ergebnisse des μ_{Eds} -Verfahrens, nur die mechanischen Zusammenhänge bleiben etwas im Verborgenen (deswegen für uns weniger von Interesse). Die k_d -Tabelle stammt aus der Zeit der Rechenschieber und ist nicht mehr zeitgemäß. Es gibt aber einfach zu viele, die sich nicht umstellen wollen, für die ist diese Tabelle gemacht.

7.3.2 Bemessung für beliebige Querschnitte

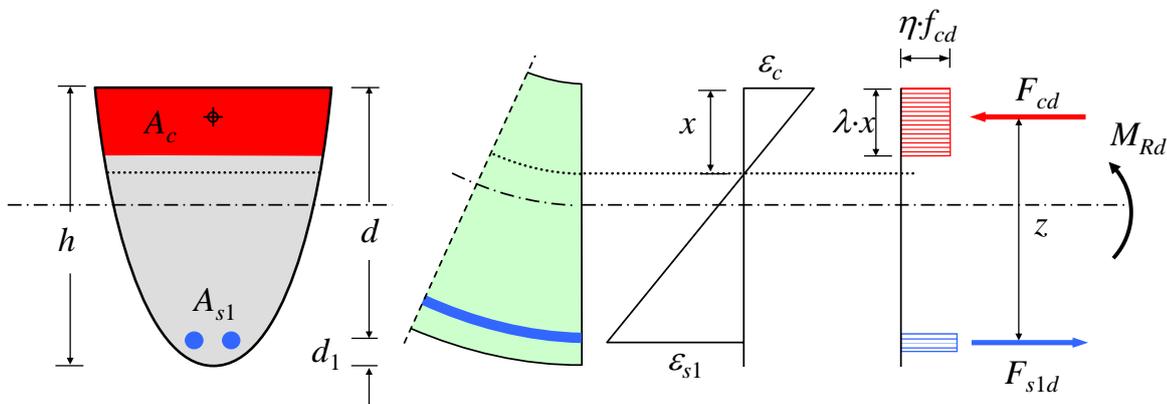
Für die rechteckige Form der Druckzonen konnte die resultierende Druckkraft und ihre Lage mit der Lösung einfacher Integrale ermittelt werden (Abschnitt 7.2.1). Für andere Formen der Druckzonen kann das Aufstellen und Lösen der Integrale mit erheblichem Aufwand verbunden sein. Für beliebige Formen der Druckzonen können die Integrale nur numerisch gelöst werden. Die Berechnung dieser Fälle bleibt heutzutage einer EDV-Berechnung vorbehalten. Da man EDV-Ergebnisse aber öfter mal auf Plausibilität überprüfen muss, wäre es natürlich wünschenswert, ein einfaches Näherungsverfahren anwenden zu können. Die Bemessung mit dem Spannungsblock ist hierfür hervorragend geeignet.

7.3.2.1 Berechnung aufnehmbarer Schnittgrößen mit dem Spannungsblock

Beim Berechnungsverfahren mit dem Spannungsblock wird der „genaue“ Verlauf der Druckspannungen über die Druckzonenhöhe näherungsweise durch eine rechteckförmige Spannungsverteilung ersetzt. Zur Bestimmung der resultierenden Druckkraft muss nur noch die gedrückte Fläche unter dem Spannungsblock ermittelt und mit der Spannung multipliziert werden. Die Lage der Resultierenden ergibt sich aus dem Schwerpunkt der Druckfläche. Dieser kann in der Regel einfach berechnet werden. Wenn er bei beliebiger Form der Druckzone nur abgeschätzt werden kann, ist das mit etwas Erfahrung meist ausreichend genau.

Im Falle einer EDV-Plausibilitätskontrolle kann die Höhe der Druckzone aus dem EDV-Ergebnis übernommen werden. In anderen Fällen ist ggf. eine iterative Vorgehensweise mit Vorschätzen der Druckzonenhöhe erforderlich. Bei rechteckförmiger Druckzone und vorgegebener Bewehrung ist keine Iteration erforderlich (vgl. Beispiel aus Abschnitt 2.2.3).

Für die Verwendung des Spannungsblockes werden in EC2, Bild 3.5 nachfolgende Angaben gemacht:



$\eta = 1,0$	für $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$
$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200$	für $50 < f_{ck} \leq 100 \text{ N/mm}^2$
$\lambda = 0,8$	für $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$
$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$	für $50 < f_{ck} \leq 100 \text{ N/mm}^2$

ANMERKUNG Sofern die Querschnittsbreite zum gedrückten Rand hin abnimmt, ist f_{cd} zusätzlich mit dem Faktor 0,9 abzumindern.

Bild 7-8 vereinfachte Ermittlung der Betondruckkraft mit dem Spannungsblock, EC2, Bild 3.5

Der Spannungsblock durfte nach DIN 1045-1 nur angewendet werden, wenn die Dehnungsnulllinie innerhalb des Querschnitts liegt. Diese Einschränkung ist nach EC2 nicht mehr formuliert.

7.5 Druckbewehrung für Biegung ohne/mit geringer Längskraft

Bei stark ausgenutzten Querschnitten kann die erforderliche Druckzonenhöhe so groß werden, dass auf der Biegezugseite der Betonstahl nicht mehr bis zur Streckgrenze ausgenutzt werden kann. Dadurch wächst die erforderliche Bewehrungsmenge überproportional an. Fast unmöglich wird in den meisten Fällen der Einbau der großen Bewehrungsmenge aufgrund der geometrischen Verhältnisse in der Biegezugzone.

In diesen Fällen ist es häufig am sinnvollsten, einen größeren Querschnitt und/oder eine höhere Betongüte zu wählen. Manchmal tritt die starke Ausnutzung nur an einer räumlich begrenzten Stelle im Tragwerk auf, so dass eine Vergrößerung des Querschnitts und/oder die Erhöhung der Betongüte unwirtschaftlich wäre. Zur Steigerung der Tragfähigkeit der Druckzone an einzelnen Stellen kann auf der Biegedruckseite Betonstahl eingebaut werden. Wir haben bereits beim Eingangsbeispiel gesehen, dass der Einsatz von Bewehrungsstahl auch bei Druckbeanspruchung möglich und sinnvoll ist (wie Sie wissen, gibt es auch reine Stahlstützen, warum sollen wir dann nicht auch Betonstahl in der Druckzone einbauen).

Aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten sollte die Stahldehnung auf der Biegezugseite nicht kleiner werden als die Fließdehnung, um mindestens die Streckgrenze ausnutzen zu können. Damit ergibt sich eine Begrenzung der Druckzonenhöhe auf $x/d = 0,617$ (für $\gamma_s = 1,15$, siehe auch μ_{Eds} -Tabelle). Wir werden später erfahren, dass es noch andere Gründe zur Begrenzung der Druckzone gibt (für statisch unbestimmte Durchlaufträger nach EC2, Abschnitt 5.4(NA.5)).

Bei einer Begrenzung der Druckzonenhöhe stellt sich die Bemessung folgendermaßen dar:

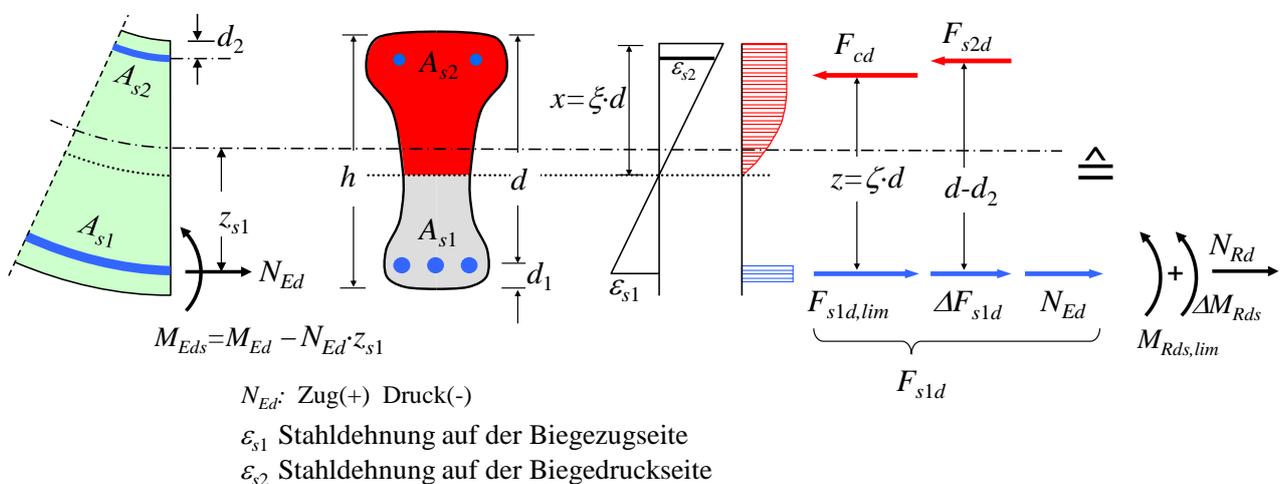


Bild 7-11 Dehnungen, Spannungen und resultierende Kräfte bei Verwendung von Druckbewehrung

Zu Beginn wird das aufnehmbare Moment $M_{Rds,lim}$ mit Hilfe der bekannten Bemessungsverfahren (μ_{Eds} , k_d und Spannungsblock) ermittelt, was gerade noch ohne Druckbewehrung wirtschaftlich aufgenommen werden kann. Anschließend wird das noch nicht abgedeckte Differenzmoment ΔM_{Rds} in ein Kräftepaar aufgelöst: Druckkraft F_{s2d} in der Druckbewehrung und zusätzliche Zugkraft ΔF_{s1d} in der Biegezugzone. Mit eventuell vorhandener Normalkraft wird dann die gesamte Zugkraft ermittelt.

Bevor die Druckbewehrung aus der Kraft F_{s2d} bestimmt wird, muss die ansetzbare Spannung ermittelt werden: wenn Stahldehnung auf der Biegedruckseite ε_{s2} die Fließdehnung ε_{yd} (2,174‰ für $\gamma_s = 1,15$) erreicht bzw. überschreitet, kann die Streckgrenze verwendet werden. Ist das nicht der Fall, muss die Stahlspannung aus der Ursprungsgeraden des Werkstoffgesetzes bestimmt werden: $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_{s2}$.

7.6 Robustheitsbewehrung zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens

Unter einem duktilen Bauteilverhalten versteht man ein großes Verformungsvermögen (eine große Zähigkeit) vor dem Bruch. Duktile Bauteile kündigen ihr bevorstehendes Versagen durch übermäßige Verformungen an. Bei einem Versagen mit Vorankündigung können entweder Personen evakuiert oder Maßnahmen zur Vermeidung eines Einsturzes ergriffen werden. Daher ist ein Versagen mit Vorankündigung anzustreben.

Aufgrund des großen Verformungsvermögens von Bauteilen aus Stahl kündigen diese ihr Versagen mit Ausnahme von Stabilitätsversagen frühzeitig durch große Verformungen an. Beton allein zeigt immer ein sprödes Bruchverhalten ohne Vorankündigung. Viele Stahlbetonbauteile können so konstruiert werden, dass sie duktil versagen, also den bevorstehenden Bruch mit großen Verformungen ihrer Stahleinlagen (Bewehrung) ankündigen. Dazu ist eine Mindestbewehrung $A_{s1,min}$ (Index 1, da die Mindestbewehrung nur für die Biegezugzone benötigt wird; die 1 im Index wird häufig nicht geschrieben) zu ermitteln, die für ein überwiegend auf Biegung beanspruchtes Bauteil die Beanspruchung beim Aufreißen gerade noch aufnehmen kann. Hierbei kann der Stahl bis zum charakteristischen Wert seiner Streckgrenze ausgenutzt werden.

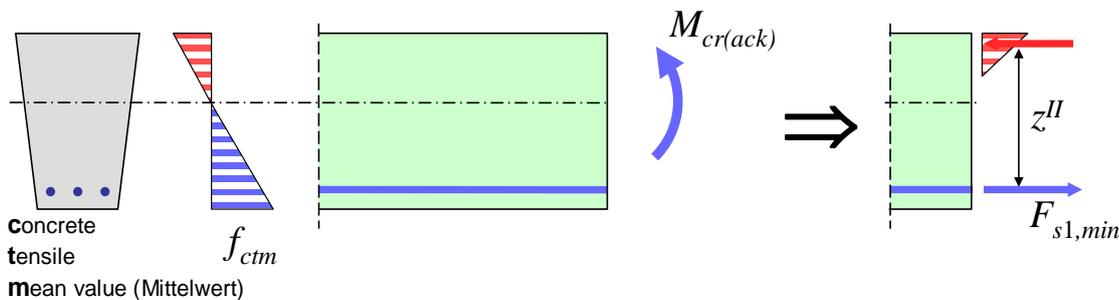


Bild 7-12 Robustheitsbewehrung (Mindestbewehrung zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens, EC2, Abschnitt 9.2.1.1(1)) bei reiner Biegebeanspruchung

$$\sigma_c = f_{ctm} = \frac{M_{cr(ack)}}{W_c} \quad \Rightarrow \quad M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_c \quad (7-5)$$

Mit einem geschätzten inneren Hebelarm im gerissenen Zustand II $z'' \approx 0,9 \cdot d$ für Rechteckquerschnitte und Plattenbalken (für Plattenbalken darf mindestens $d \cdot h_f / 2$ angesetzt werden) erhält man die resultierende Zugkraft der Biegezugzone:

$$F_{s1,min} = \frac{M_{cr}}{z''} \quad (\text{alternativ kann die Zugkraft im Zustand I bestimmt werden}) \quad (7-6)$$

und mit dem charakteristischen Wert für die Streckgrenze:

$$A_{s1,min} = \frac{F_{s1,min}}{f_{yk}} \quad (7-7)$$

Die Mindestbewehrung zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens macht Bauteile robust. Sie wird daher auch vielfach sinnvoller als Robustheitsbewehrung bezeichnet.

Die Robustheitsbewehrung ist ein wesentliches Sicherheitselement, welches unbedingt zu beachten ist.

7.7 Bemessung mit Interaktionsdiagrammen

In den Abschnitten 7.3 bis 7.5 haben Bemessungsverfahren im GZT für überwiegende Biegebeanspruchung mit nachfolgend dargestellten Dehnungsverhältnissen kennengelernt.

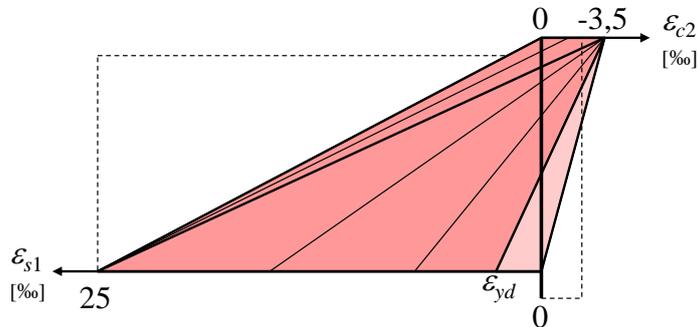


Bild 7-13 Bereich der Grenzdehnungsverläufe bei überwiegender Biegung, Stahl-Grenzdehnungen unterhalb der Streckgrenze kommen in der Regel nicht zur Anwendung

Für eine vollständige Darstellung aller möglichen Grenzdehnungen für Biegung mit Längskraft muss noch der Bereich mit überwiegender Zugkraft (positive Normalkraft N_{Ed})

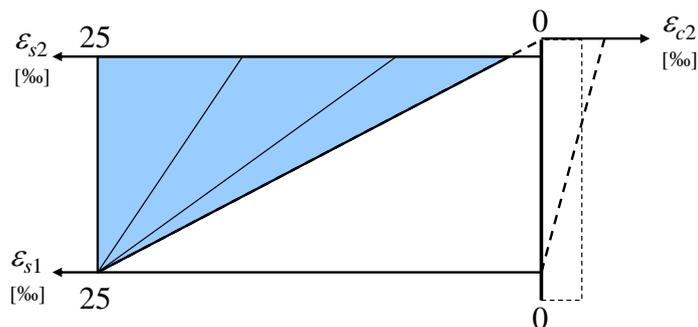


Bild 7-14 Bereich der Grenzdehnungsverläufe bei überwiegender Zugbeanspruchung und der mit überwiegender Druckkraft (negative Normalkraft N_{Ed}) ergänzt werden.

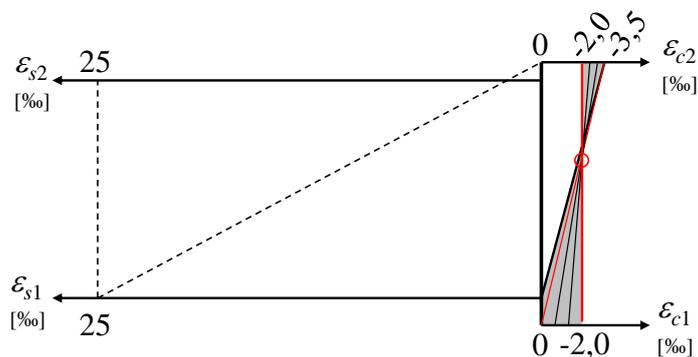


Bild 7-15 Bereich der Grenzdehnungsverläufe bei überwiegender Druckbeanspruchung (Zahlenwerte bis C50/60)

Bevor wir uns um diese neuen Bereiche kümmern, wollen wir für einen Rechteckquerschnitt mit symmetrischer Bewehrung beispielhaft für verschiedene Grenzdehnungsverhältnisse die aufnehmbaren Schnittgrößenkombinationen N_{Rd} , M_{Rd} berechnen, in einer Tabelle zusammenstellen und grafisch darstellen (Für alle Stahldehnungen oberhalb von ε_{yd} verwenden wir hier vereinfachend f_{yd}).

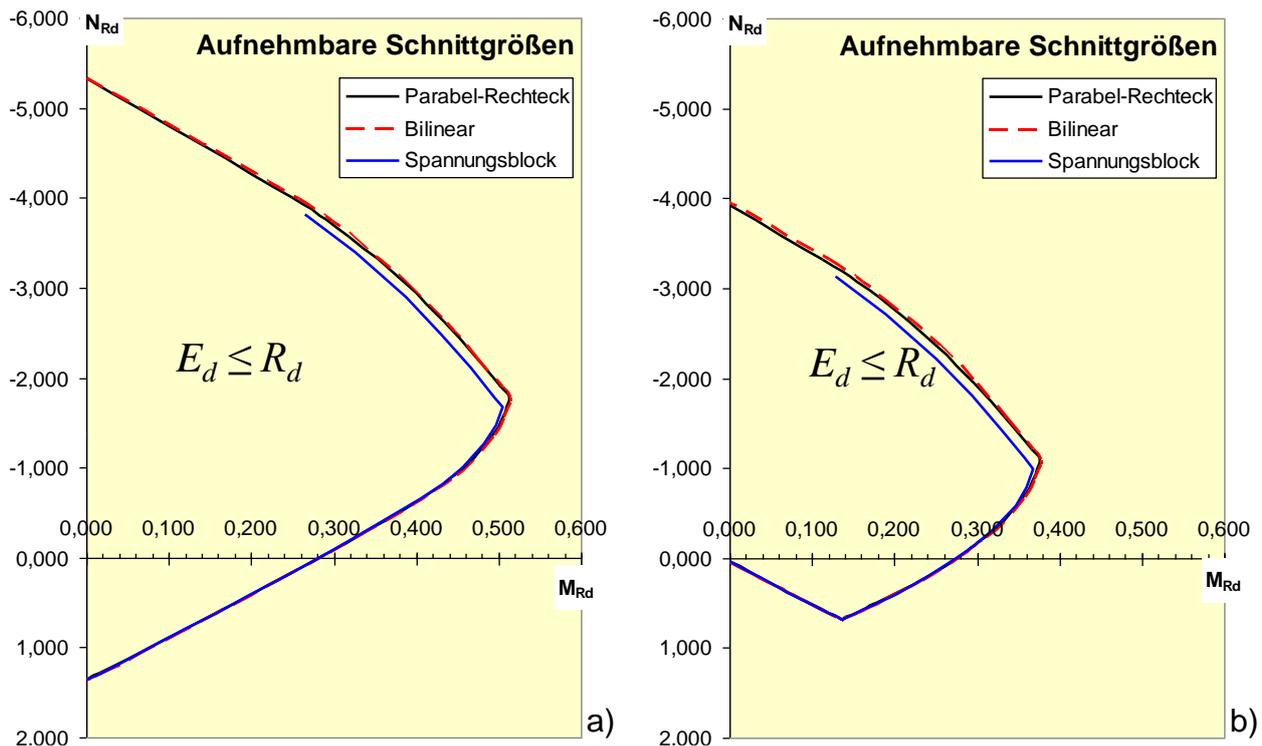


Bild 7-16 Bemessungsumhüllende für einen Rechteckquerschnitt a) symmetrisch bewehrt ($A_{s1} = A_{s2} = 15,7 \text{ cm}^2$) und b) einfach bewehrt ($A_{s1} = 15,7 \text{ cm}^2$). Weitere Angaben: $b = 40 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$, $d_1 = d_2 = 5 \text{ cm}$, C35/45, ständige/vorübergehende Bemessungssituation

Alle Punkte liegen auf einer Linie, die man als Bemessungsumhüllende bezeichnen könnte. Solche Bemessungsumhüllenden lassen sich mit einfacher Tabellenkalkulation auch für unsymmetrisch oder einfach bewehrte Rechteckquerschnitte aufstellen (Bild 7-16 rechts).

Ganz nebenbei haben wir für die Kombination von Momenten und Normalkräften eine Form für den Nachweis $E_d \leq R_d$ gefunden: für alle einwirkenden Beanspruchungskombinationen aus N_{Ed} und M_{Ed} , die innerhalb der Bemessungsumhüllenden liegen, ist der Nachweis im GZT erfüllt.

Man erkennt bei den Bemessungsumhüllenden, dass das verwendete Werkstoffgesetz für den Beton kaum Einfluss auf die aufnehmbaren Schnittgrößen hat, lediglich im oberen Bereich liefert der Spannungsblock einen kleineren Bauteilwiderstand. Die Linie der Umhüllenden mit dem Spannungsblock endet im oberen Bereich, da das Spannungsblockverfahren nur angewendet werden darf, wenn die Dehnungsnulllinie innerhalb des Querschnittes liegt.

Verwendet man für die Skalierung der Achsen anstelle von Schnittgrößen auf die Querschnittsabmessungen und die Betongüte bezogene Schnittgrößen und für die Bewehrungsmenge den bezogenen Wert des mechanischen Bewehrungsgrades ω_{ot} , der dann auch noch als Scharparameter genutzt werden kann, dann handelt es sich um ein Interaktionsdiagramm. Interaktionsdiagramme wurden zur Bemessung von symmetrisch bewehrten Querschnitten aufgestellt, sie existieren für verschiedene Bewehrungsmuster, Querschnittsformen und Randabstände der Bewehrung. Hinweis: ab der Festigkeitsklasse C55/67 muss für jede Betonfestigkeitsklasse ein separates Interaktionsdiagramm verwendet werden.

Interaktionsdiagramme umfassen auch die Bereiche der überwiegenden Zugbeanspruchung im unteren Teil und den der überwiegenden Druckkraft im oberen Teil.

Noch eine Anmerkung zur Bemessungsumhüllenden aus Bild 7-16, links: für den Fall der alleinigen Biegung (Ablesung an der M_{Rd} -Achse) können wir durch Vergleich mit dem Beispiel aus Abschnitt 7.3.1 feststellen, dass das aufnehmbare Moment durch die Bewehrung auf der Biegedruckseite kaum

gesteigert werden konnte (siehe auch Bild 7-16 rechts). Damit wird ein Nachteil der Interaktionsdiagramme deutlich: ein symmetrisch bewehrter Querschnitt ergibt für die Schnittgrößenkombinationen aus dem Bereich für überwiegende Biegung keine wirtschaftliche Bemessung. Interaktionsdiagramme werden überwiegend zur Bemessung von Stützen genutzt, da diese meistens zur Vermeidung von Verwechslungen bei der Bauausführung symmetrisch bewehrt werden.

Für den Überblick über eine wirtschaftliche Bemessung von Querschnitten sollen die nachfolgenden Diagramme dienen, die wie die Interaktionsdiagramme auch alle Kombinationen aus N_{Ed} und M_{Ed} erfassen. Die Diagramme sind in Sektoren eingeteilt, für jeden Sektor gibt es eine charakteristische Bewehrungsanordnung (Bild 7-17) und zugehörige Bemessungsverfahren (Bild 7-18).

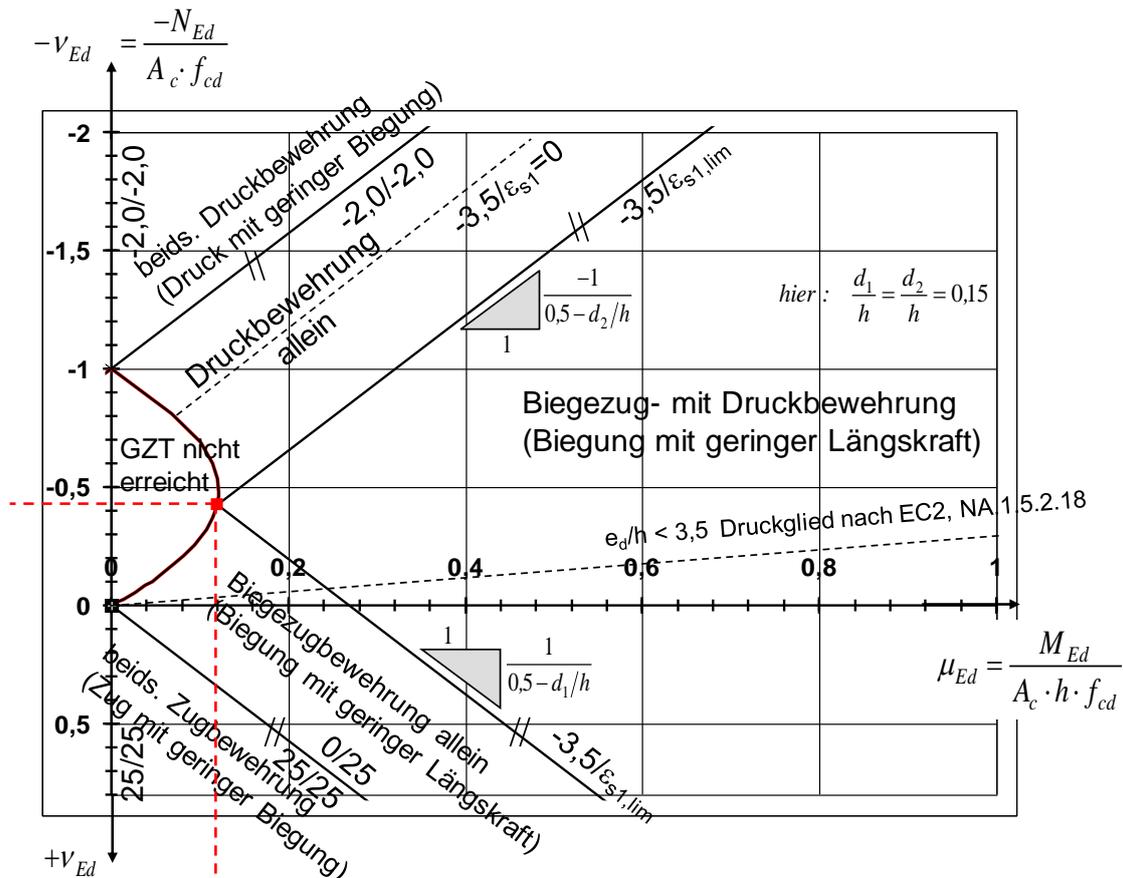


Bild 7-17 Übersicht über die Bemessungsbereiche zur wirtschaftlichen Bemessung beliebiger Stahlbetonquerschnitte bei Moment und Normalkraft

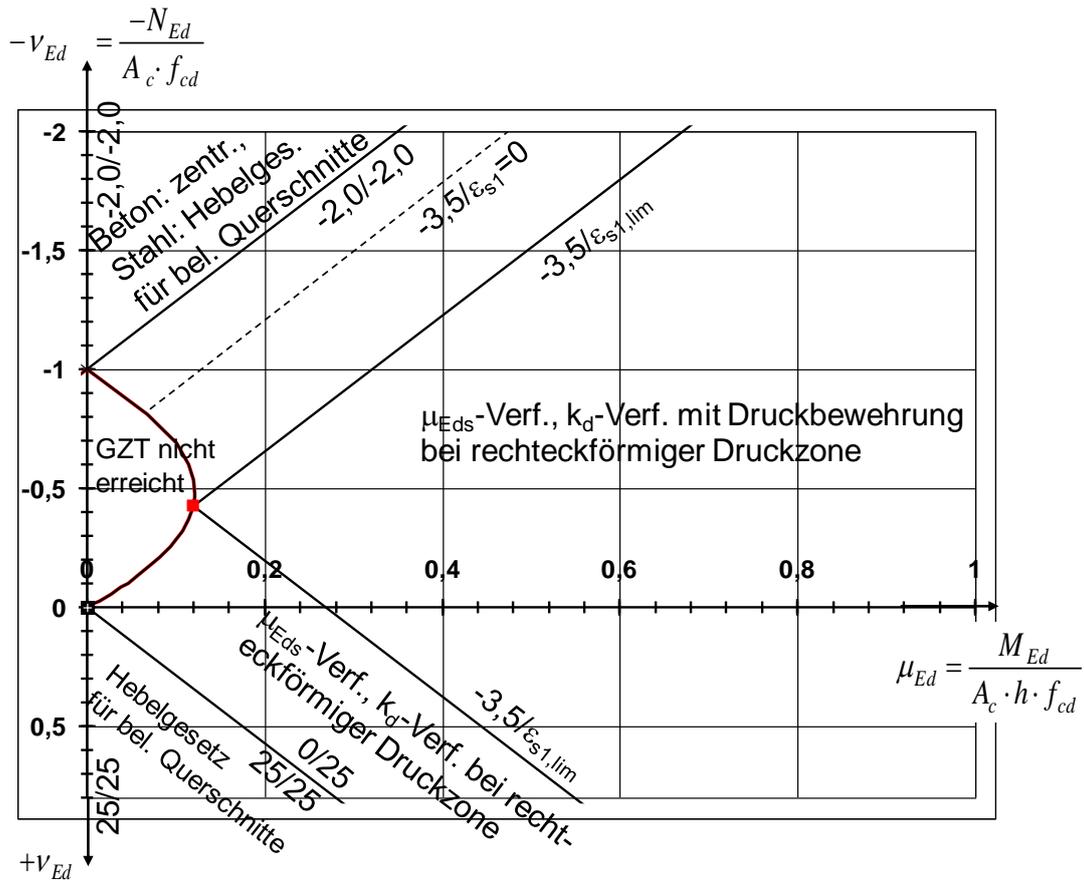


Bild 7-18 Übersicht über die Bemessungsverfahren zur wirtschaftlichen Bemessung beliebiger Stahlbetonquerschnitte bei Moment und Normalkraft

Die Bemessung nach dem Hebelgesetz für überwiegende Zugbeanspruchung oder für überwiegende Druckbeanspruchung sowie die Bemessung für zentrischen Zug werden in den folgenden Abschnitten beschrieben. Sie können für beliebige Querschnitte angewendet werden.

7.8 Bemessungsverfahren für beliebige Querschnitte bei überwiegender Zugbeanspruchung (Hebelgesetz)

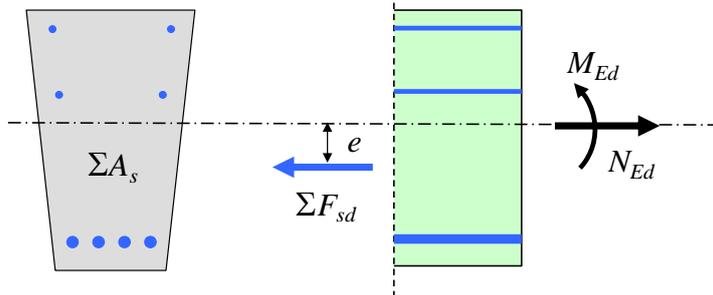


Bild 7-19 resultierende Kräfte bei überwiegender Zugbeanspruchung

Die Bemessung bei überwiegender Zugbeanspruchung liegt vor, wenn die resultierende Zugkraft mit ihrer Ausmitte e innerhalb der äußeren Bewehrungslagen liegt, es ist dann für beliebige Querschnittsformen anwendbar. Die Normalkraft ist dann gleich zu setzen mit der Summe aller Stahlkräfte. Die Bemessung ist dann wirtschaftlich, wenn die Stahldehnung auf jeder Seite die Bruchdehnung erreicht, für die Stahlspannung gilt dann jeweils:

$$\sigma_{sd} = \frac{f_{tk,cal}}{\gamma_s} \quad \text{Damit ergibt sich: } \Sigma A_s = \frac{\Sigma F_{sd}}{\sigma_{sd}} \quad (7-8)$$

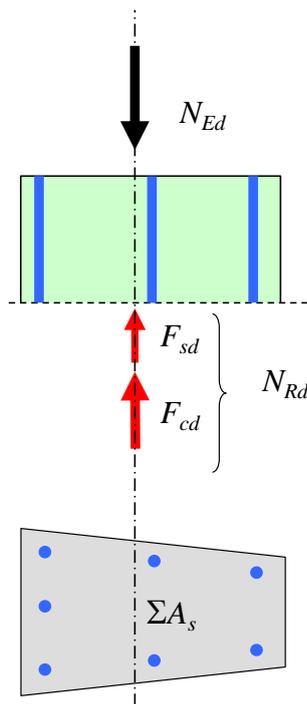
Der Schwerpunkt der so ermittelten Bewehrung muss mit der Ausmitte e in Deckung gebracht werden. Ggf. darüber hinaus gewählte Bewehrungsmengen können an beliebiger Stelle im Querschnitt eingelegt werden.

7.9 Bemessungsverfahren für beliebige Querschnitte bei überwiegender Druckbeanspruchung

Als Bauteile mit überwiegender Druckbeanspruchung werden hier diejenigen angesehen, deren Beanspruchungskombination entsprechend Bild 7-17 im oberen Sektor liegen (dort bezeichnet als Druck mit geringer Biegung). In diesem Bereich ist der Querschnitt vollständig überdrückt und erreicht an jeder Stelle die Stauchung ε_{c2} ($= -2,0\%$ bis C50/60, vgl. Bild 5-4). Beliebige Formen des Betonquerschnittes können in diesem Beanspruchungsbereich nachgewiesen werden.

Wir betrachten zunächst im Abschnitt 7.9.1 nur Beanspruchungen aus einer allein wirkenden Druckkraft mit dem Lastangriffspunkt im Schwerpunkt des Querschnittes. Damit befinden wir uns in dem Diagramm von Bild 7-17 auf der vertikalen Achse. Der Fall Druck mit zusätzlicher geringer Biegung wird in Abschnitt 7.9.2 behandelt.

7.9.1 Mittige Druckkraft



Die Bemessung für eine mittige Druckkraft (also ohne Ausmitte) ist sehr einfach. Ein erstes Beispiel haben wir bereits in Abschnitt 2.2.1 behandelt. Die Stauchung ist zentrisch und erreicht an jeder Stelle im Querschnitt ε_{c2} ($= -2,0\%$ bis C50/60, vgl. Bild 5-4). Die wirksame Betonspannung erreicht damit gerade die Betondruckfestigkeit f_{cd} . Die Streckgrenze des Betonstahls B 500 wird bei $-2,0\%$ gerade noch nicht erreicht. Da der Beton kriecht (bleibende Stauchung des Betons unter ständiger Druckbeanspruchung, vgl. Abschnitt (5.1.4)) und der Stahl nicht kriecht, kommt es zu internen Kräfteumlagerungen. Daher darf nach EC2, NCI zu 6.1(3) bei Normalbeton eine Stauchung des Stahls von $-2,2\%$ angenommen werden. Hiermit wird bei $\gamma_s = 1,15$ die Streckgrenze erreicht.

Bild 7-20 resultierende Kräfte bei zentrischem Druck

Die aufnehmbare Normalkraft ergibt sich für beliebige Querschnittsformen aus dem Traganteil des Betons und dem Traganteil des Betonstahls:

$$N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \quad (7-9)$$

Üblicherweise wird die Bewehrungsmenge bei einer gegebenen Normalkraft gesucht. Dafür ist die Gleichung (7-9) nach A_s umzuformen.

Bei Stützen ist eine Mindest- und Höchstbewehrung zu beachten. Diese und weitere konstruktive Anforderungen nach EC2, Abschnitt 9.5 sind zu erfüllen.

Die Bewehrungsmenge ist gleichmäßig über den Querschnitt zu verteilen, der Schwerpunkt aller Stahleinlagen muss mit dem Schwerpunkt des Betonquerschnittes annähernd deckungsgleich sein.

Da nach EC2, 6.1(4) für Querschnitte mit Drucknormalkraft stets eine Mindestausmitte von $h/30 > 20\text{mm}$ zu berücksichtigen ist, muss bei planmäßig zentrischen Druck so bemessen werden, wie im nächsten Abschnitt beschrieben.

7.9.2 Druckkraft mit geringer Biegung

Der nachfolgend dargestellte Bemessungsfall kann angewendet werden, wenn die einwirkende Druckkraft größer ist als die aufnehmbare zentrische Druckkraft des Betons und die Ausmitte $e^* = M_{Ed}/\Sigma F_{sd}$ zwischen den äußeren Bewehrungssträngen liegt. ΣF_{sd} ist die auf die Stahleinlagen entfallende Differenzkraft. Für diesen Fall kann der Betonquerschnitt als zentrisch gedrückt angesehen werden, das Moment wird am wirtschaftlichsten durch die Bewehrung auf der am meisten gedrückten Querschnittsseite aufgenommen (Bild 7-21):

$$F_{sd,M} = \frac{M_{Ed}}{z_{s2}}$$

Die restliche Stahldruckkraft $F_{sd,N}$ wirkt dann so wie im zentrischen Fall.

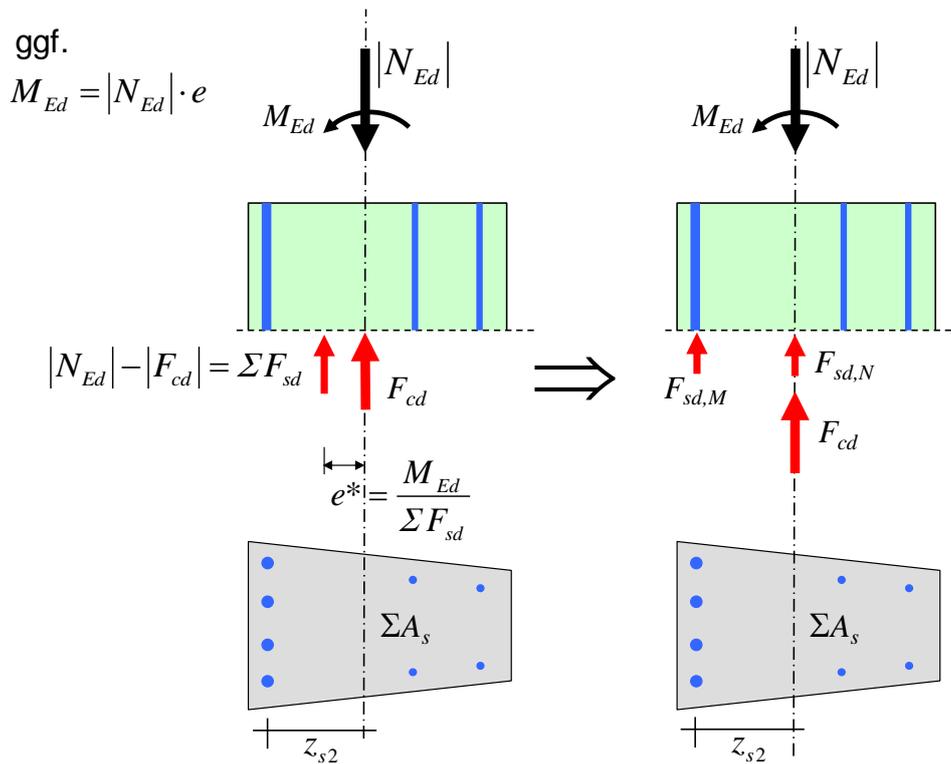


Bild 7-21 resultierende Kräfte bei Druck mit geringer Biegung

Zur Ermittlung der Bewehrung darf höchstens die Streckgrenze in Rechnung gestellt werden.

7.10 Bemessung unter zweiachsiger Biegebeanspruchung ohne/mit Längskraft

Für zweiachsige Biegebeanspruchung ohne/mit Längskraft wurden für symmetrisch bewehrte Rechteckquerschnitte Bemessungsdiagramme aufgestellt, die ähnlich wie Interaktionsdiagramme angewendet werden. Heutzutage empfiehlt sich die Anwendung von EDV-Programmen, die allerdings immer auf Plausibilität überprüft werden sollten.

Es gelten die gleichen Grenzdehnungen wie bei einfacher Biegung, Die Dehnungsnulldlinie wird schräg über den Querschnitt verlaufen, bei rechteckförmigen Querschnitten wird die Druckzone trapez- oder dreiecksförmig sein. Zur Prüfung auf Plausibilität von EDV-Ergebnissen sollte vorzugsweise das Spannungsverfahren genutzt werden.

8 Grenzzustand der Tragfähigkeit für Querkraft

8.1 Grundlagen des Tragverhaltens

In Bild 8-1 ist ein Bauteilabschnitt dargestellt, der überwiegend auf Querkraft beansprucht wird. Aus der Verformung des Bauteilabschnittes erkennt man, dass sich die Diagonale in der einen Richtung verkürzt und sich die Diagonale in der anderen Richtung verlängert. Dadurch entsteht eine schräge Druckkraft und eine dazu senkrecht verlaufende Zugkraft. Wegen der geringen Betonzugfestigkeit entsteht ein schräger Riss, der sich wegen der kombinierten Beanspruchung aus Biegung und Querkraft (vgl. Bild 8-2) insbesondere an Zwischenauflägern häufig aus einem Biegeriss entwickelt. Im Gebrauchszustand endet der Riss in der Biegedruckzone.

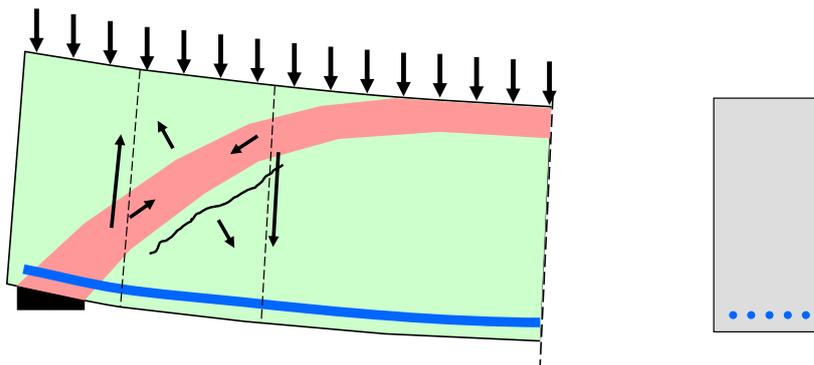


Bild 8-1 Entstehung eines schrägen Querkraftrisses am Auflager

Bei Balken unter Querkraftbeanspruchung muss eine spezielle Querkraftbewehrung vorgesehen werden, um die durch den Schrägriss frei werdende Kraft aufnehmen zu können. Aufgrund des Rissbildes wäre es sinnvoll, die Bewehrung möglichst senkrecht zum Riss anzuordnen. Aus baupraktischen Gründen werden fast ausschließlich senkrecht zur Bauteilachse angeordnete „Bügel“ eingebaut (Bild 8-2).

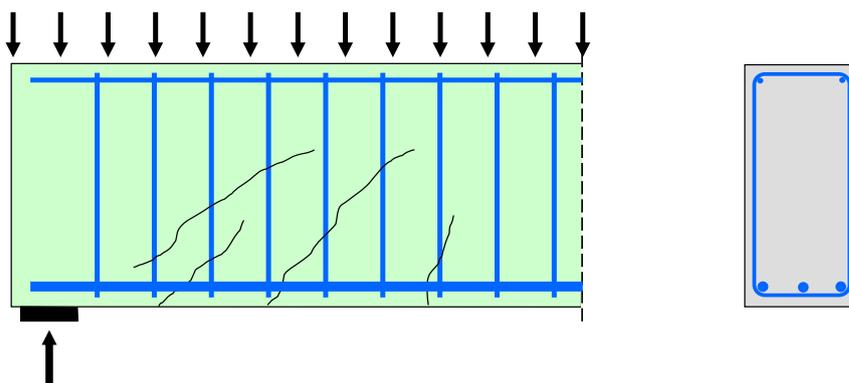


Bild 8-2 senkrechte Querkraftbewehrung zur Aufnahme der Kräfte bei Rissbildung infolge Querkraftbeanspruchung

Für querkraftbewehrte Bauteile stellt sich eine fachwerkartige Tragwirkung ein (Bild 8-3 und Bild 8-4).

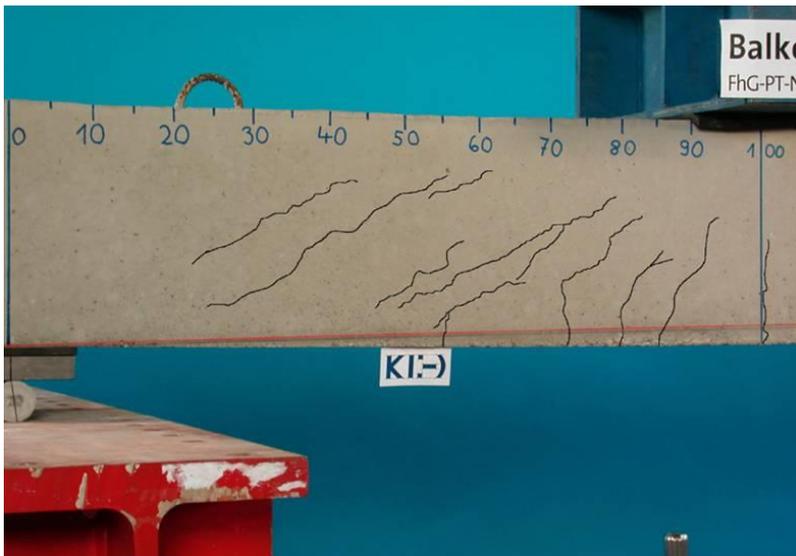


Bild 8-3 Rissbildung bei Querkraftbeanspruchung (Verwendung senkrechter Bügel), siehe hierzu auch [28]

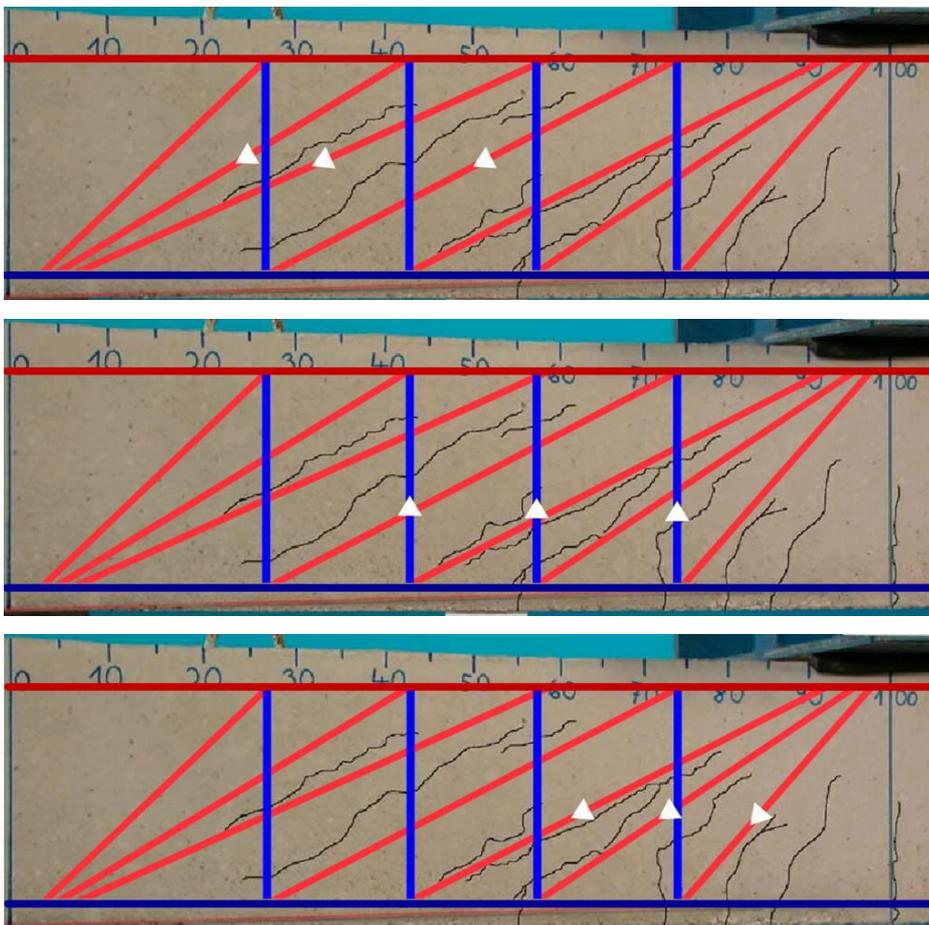


Bild 8-4 Vermutete Druck- und Zugstreben mit Abtrag der Kräfte, siehe hierzu auch [28]

Für querkraftbeanspruchte Bauteilbereiche können mehrere Versagensmechanismen beobachtet werden:

- Bei profilierten Trägern mit schmalen Stegen kann die Druckstrebe des Fachwerks versagen (Bild 8-5 a).
- Bei Trägern mit ausreichend dimensionierten Stegen können die Zugpfosten (i.d.R. Bügel) des Fachwerks infolge der entstandenen Zugkräfte versagen. Als definierter Versagenszustand ist

nicht der Zugbruch der Bewehrung wie bei der Biegebemessung, sondern schon das Erreichen der Fließdehnung des Stahls ϵ_{yd} festgelegt (Bild 8-5 b), da sich sonst infolge großer Schrägrissbreiten übermäßig große Verformungen einstellen, die zum Verlust korrespondierender Tragmechanismen (Bild 8-14 und Bild 8-16) führen.

- Am Trägersauflager kann ein Verankerungsbruch entstehen, wenn das Auflager sehr kurz ist und die horizontale Kraftkomponente der Druckstrebe nicht ausreichend sicher in die Biegezugbewehrung eingeleitet werden kann (Bild 8-5c).

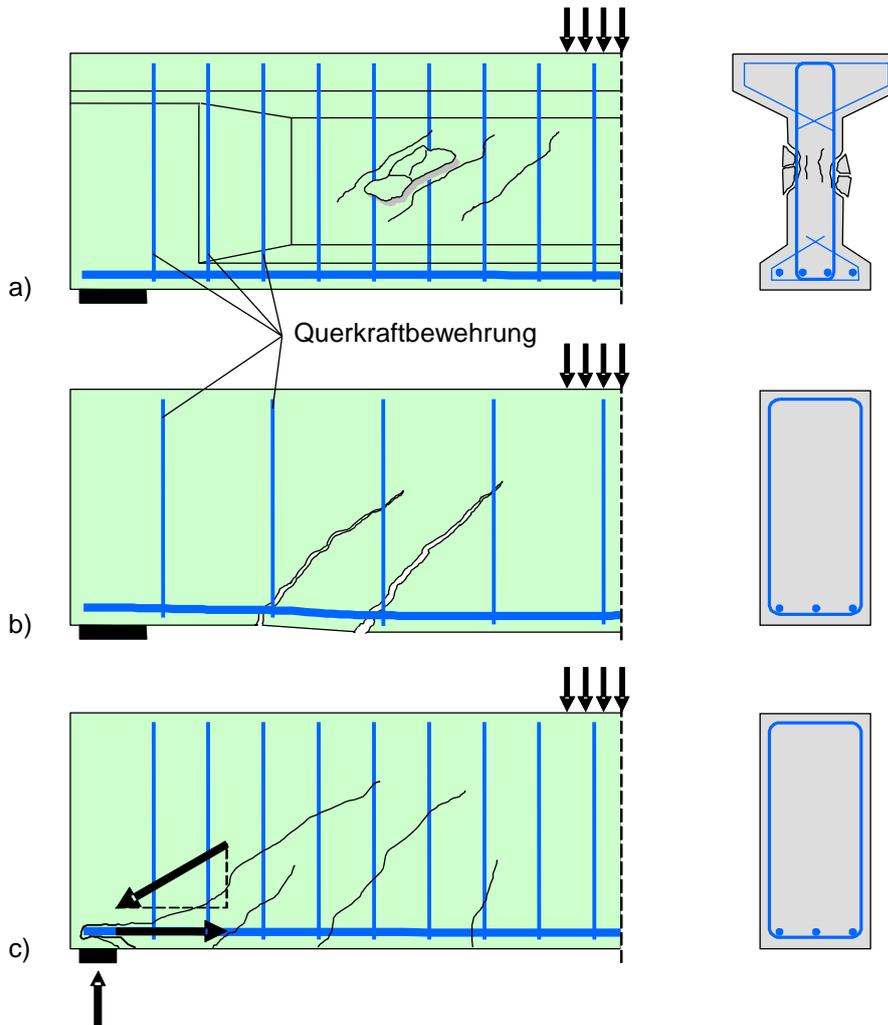


Bild 8-5 Querkraftversagen von Bauteilen mit Querkraftbewehrung
a) Stegdruckbruch
b) Stegzugbruch
c) Verankerungsbruch

Bei geringer Querkraftbeanspruchung kann man bei plattenartigen Bauteilen auf eine Querkraftbewehrung verzichten. Solche Bauteile versagen infolge fortschreitender Schrägrissbildung durch Einschnüren der Biegedruckzone und / oder durch Abspalten der Biegezugbewehrung (Bild 8-6).

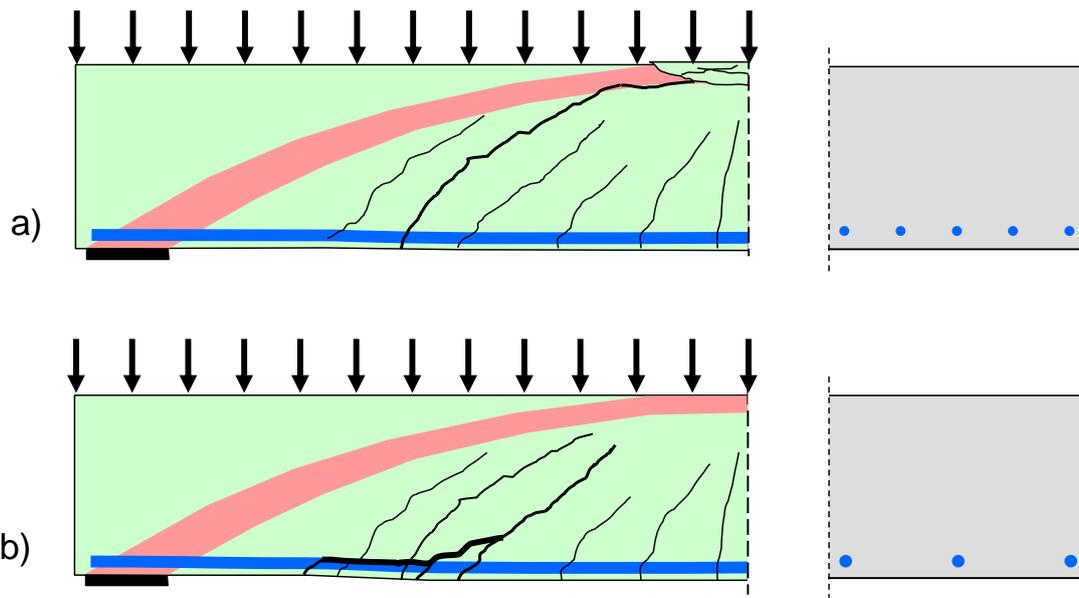


Bild 8-6 Querkraftversagen von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung (bei Platten zulässig)
 a) Schrägriss mit Einschnürung der Biegedruckzone
 b) Schrägriss mit Abspalten der Biegezugbewehrung

Bild 8-7 verdeutlicht, warum sich die Risse in Auflagernähe schräg, etwa unter einem Winkel von 45° , bilden. Dort sind die Hauptspannungsverläufe eines Balkens unter Gleichlast kurz vor der Rissbildung (im Zustand I) gezeigt. Die Trajektorien (Verlaufslinien der Hauptspannungen) schneiden die Schwerachse unter 45° .

Nebenbei bemerkt erkennt in Bild 8-7 natürlich auch, dass sich die Hauptspannungen in einem symmetrischen System mit symmetrischer Belastung entsprechend symmetrisch einstellen. Dies trifft für den Querkraftverlauf mit den unterschiedlichen Vorzeichen scheinbar nicht zu (es liegt daran, dass in der Technischen Mechanik mal Vorzeichenregelungen an Schnitturnen definiert wurden, glücklicherweise wissen die Balken nichts von unseren manchmal willkürlich getroffenen Definitionen).

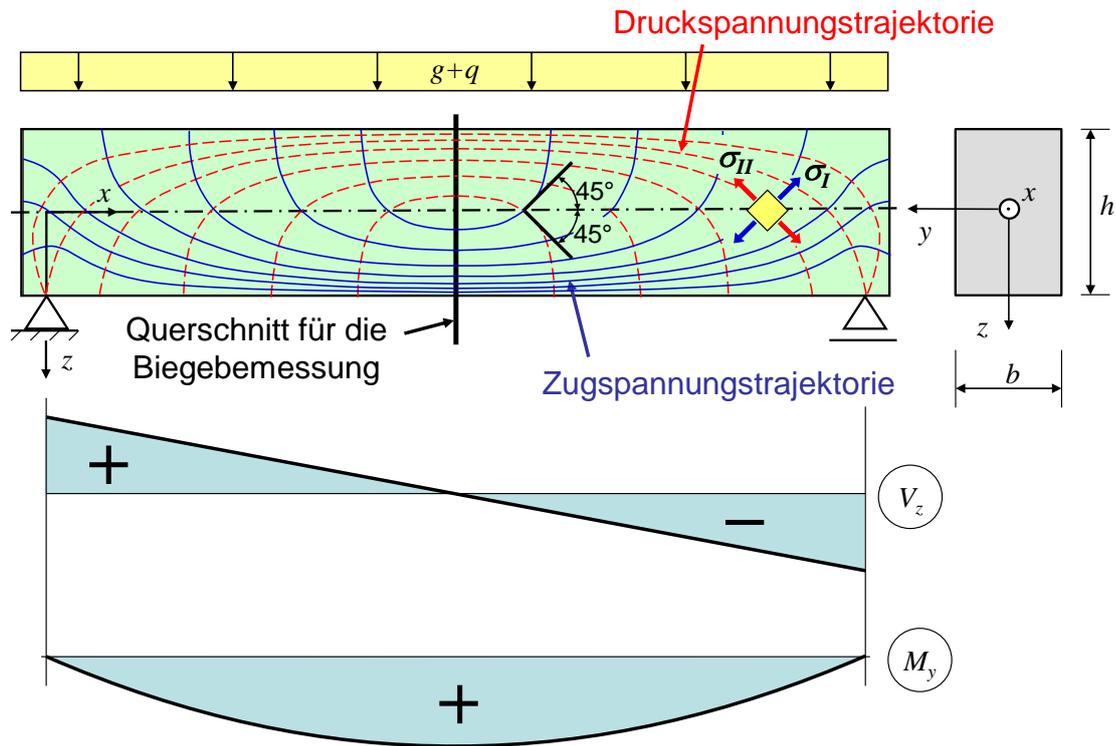


Bild 8-7 Verlauf der Hauptspannungen in einem ungerissenen Bauteil

Die sehr gute Einführung in die Querkraftbemessung sowie die vielen Erläuterungen mit Hintergrundinformationen in *Zilch/Zehetmaier* [6] sind sehr zu empfehlen.

8.2 Fachwerkmodell für Bauteile mit Querkraftbewehrung

Seit *Emil Mörsch* (1872-1950) wird das parallelgurtige Fachwerkmodell zur Beschreibung des Tragverhaltens eines Stahlbetonbalkens verwendet und liegt noch heute den Nachweisen der DIN 1045-1 und des EC 2 mit nur geringen Modifikationen zugrunde. Es ist ein sehr einfaches Modell. Vorschläge für etwas detailliertere Modelle zur wirklichkeitsnäheren Beschreibung des Querkrafttragverhaltens gab es viele, jedoch hat sich bisher keines als praxistauglich erwiesen. In die Querkraftbemessung gehen sehr viele Parameter ein, die von vielen der vorgeschlagenen Modelle nicht hinreichend erfasst werden können. Daher müssen wir uns mit der recht groben, aber einfachen Bemessung des Fachwerks begnügen (wenn Sie erst mal das Nachweisverfahren kennen, werden Sie von der Einfachheit nicht mehr überzeugt sein).

In Bild 8-8 ist das idealisierte Fachwerk dargestellt, die Bemessung des Ober- und Untergurtes ist bereits durch die Biegebemessung erledigt. Die Querkraftbewehrung wird in Zugstreben konzentriert gedacht, sie kann zwischen 45° und 90° geneigt ausgebildet werden. Das idealisierte Fachwerkmodell ist innerlich statisch bestimmt, alle Stabkräfte können durch Freischneiden ermittelt werden (Bild 8-9). Realistischer ist ein mehrfach ineinander geschachteltes Fachwerk, was sich jedoch einer einfachen Berechnung entzieht. Der Winkel der Druckstreben im Zustand des Versagens θ ist durch die Balkengeometrie nicht vorgegeben, er wird uns im Abschnitt 8.2.3 noch etwas beschäftigen. Entweder versagt die Querkraftbewehrung (die Zugstreben oder Zugpfosten) oder die Druckstreben des Fachwerks. Die Bemessung ist dann wirtschaftlich, wenn das Versagen von Zug- und Druckstrebe gleichzeitig eintritt.

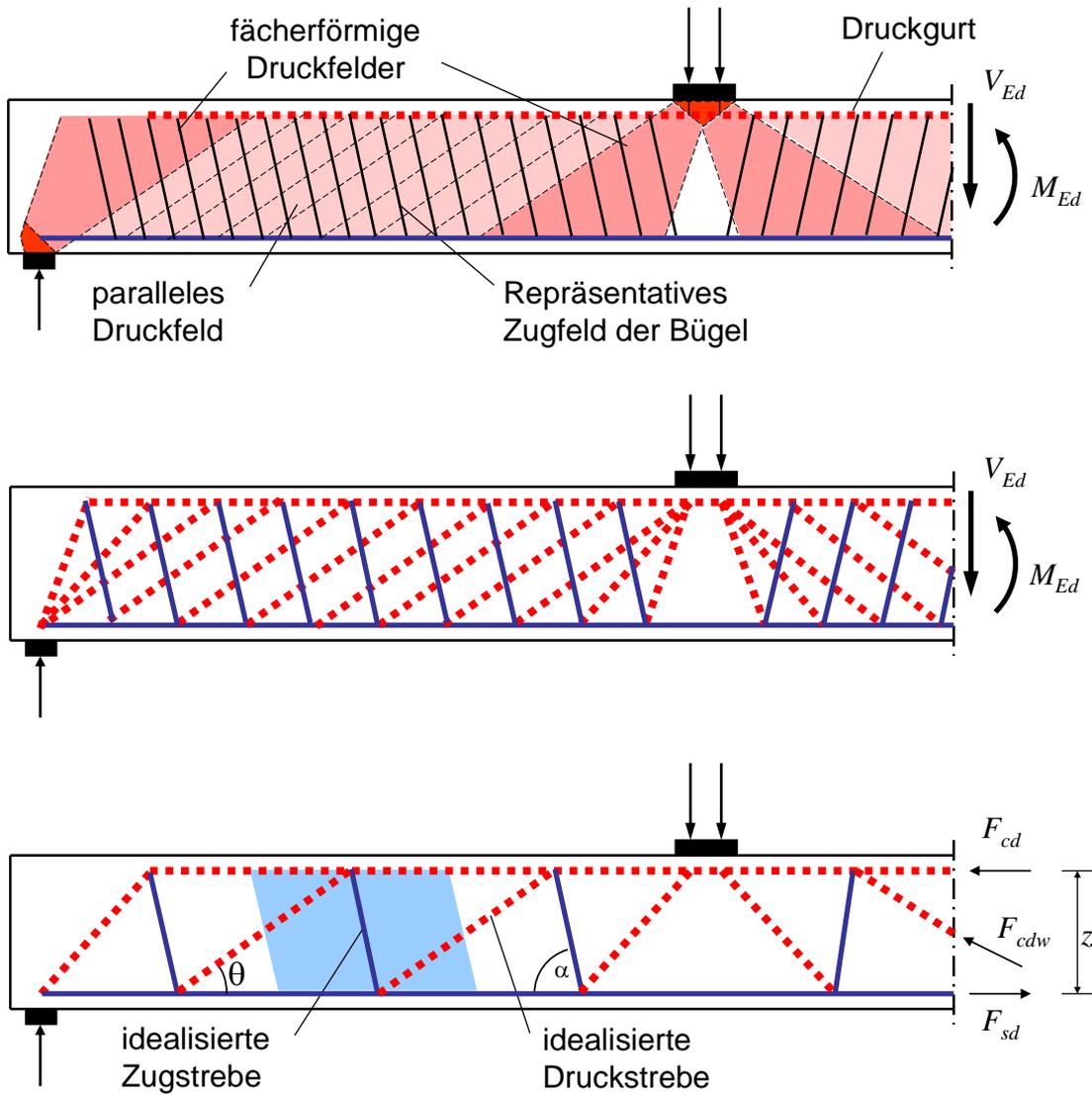


Bild 8-8 idealisiertes Fachwerkmodell zur Beschreibung des Lastabtrages in Stahlbetonbalken in verschiedenen Idealisierungsstufen

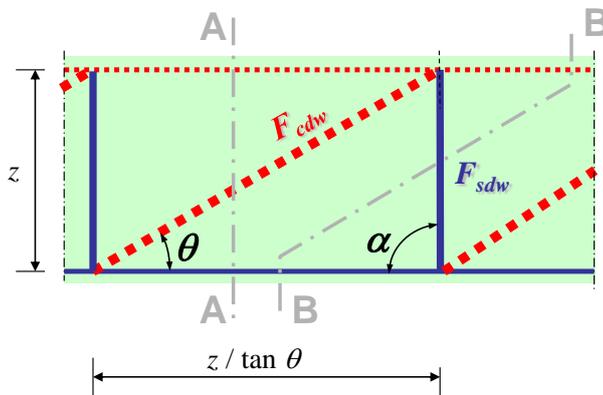


Bild 8-9 Fachwerkgeometrie bei Verwendung senkrechter Querkraftbewehrung

Der innere Hebelarm z (Abstand zwischen der resultierenden Biegedruckkraft und der Zugkraft in der Biegebewehrung) sollte aus der Biegebemessung übernommen werden. An Endauflagern, wo keine nennenswerten Momente auftreten, kann näherungsweise z mit $0,9 \cdot d$ angenommen werden. Nach EC2, NCI zu 6.2.3(1) darf für z kein größerer Wert angesetzt werden als $d - 2 \cdot c_{v,l}$ bzw. $d - c_{v,l}$

– 30 mm , wobei der kleinere Wert maßgebend ist. Vermutlich ist diese Regelung nur für bügelbewehrte Bauteile, insbesondere Balken und Plattenbalken vorgesehen. Für Platten ohne Querkraftbewehrung wäre die Reduzierung von z erheblich und auch nicht begründet.

Zunächst wird die Querkraft bestimmt, die durch die Tragfähigkeit der Zugstrebe (des Zugpfostens) begrenzt wird und anschließend die Querkraft, die durch die Tragfähigkeit der Druckstrebe begrenzt wird. Zum leichteren Verständnis wird die Herleitung für $\alpha = 90^\circ$ vorgenommen.

8.2.1 Tragfähigkeit der Zugstrebe

Die aufnehmbare Querkraft entspricht der Kraft im Zugpfosten:

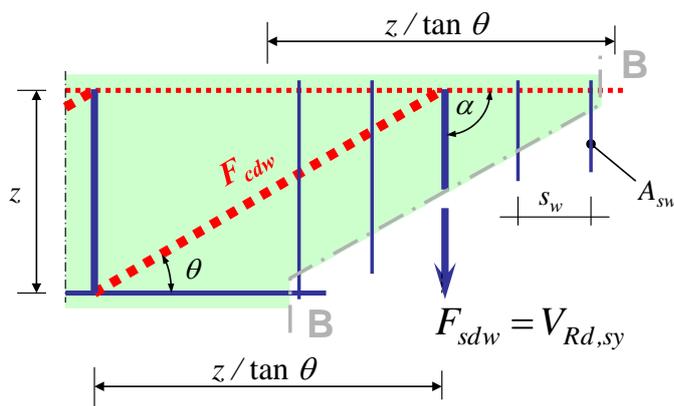


Bild 8-10 Ermittlung der aufnehmbaren Querkraft infolge der maximalen Zugstrebenkraft bei senkrechter Querkraftbewehrung

Die aufnehmbare Querkraft, die durch die Tragfähigkeit der Zugstrebe (des Zugpfostens) begrenzt wird, entspricht der Vertikalkomponente der Zugstrebe (bei $\alpha = 90^\circ$ mit Zugstrebenkraft identisch):

$$V_{Rd,sy} = f_{yd} \cdot A_{s,Zugpfosten} \quad (8-1)$$

$$V_{Rd,sy} = f_{yd} \cdot \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot (z / \tan \theta) \quad (8-2)$$

$$\Rightarrow a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot [z / \tan \theta]} \quad (8-3)$$

An dem Ergebnis ist festzustellen, dass die Bewehrung mit flacher geneigter Druckstrebe geringer ausfällt.

8.2.2 Tragfähigkeit der Druckstrebe

Die aufnehmbare Querkraft entspricht der Vertikalkomponente der Druckstrebenkraft F_{cdw} .

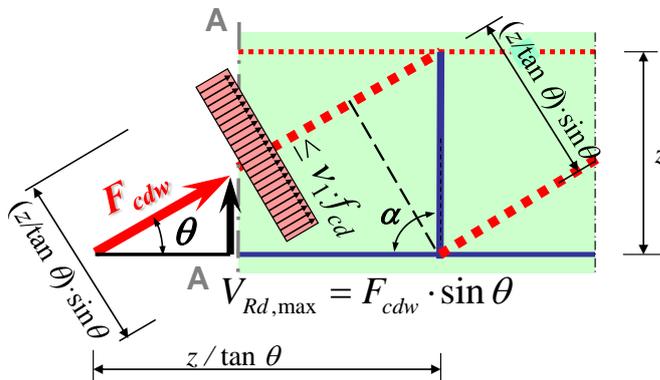


Bild 8-11 Ermittlung der aufnehmbaren Querkraft infolge der maximalen Druckstrebenkraft bei senkrechter Querkraftbewehrung

Die Querschnittsfläche der Druckstrebe ergibt sich entsprechend Bild 8-11 zu:

$$b_w \cdot (z/\tan\theta) \cdot \sin\theta \quad (8-4)$$

Dabei ist b_w die kleinste Balkenbreite zwischen den Schwerpunkten des Druck- und Zuggurtes.

Die Druckstrebe kann maximal mit der Druckspannung

$$v_1 \cdot f_{cd} \quad \text{mit } v_1 = 0,75 \text{ bis C50/60 (s. Bild 8-12)} \quad (8-5)$$

beansprucht werden. Damit ergibt sich:

$$V_{Rd,max} = v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot (z/\tan\theta) \cdot \sin^2\theta \quad (8-6)$$

Mit der bekannten trigonometrischen Beziehung

$$\sin^2\theta = \frac{1}{1+1/\tan^2\theta} \quad (8-7)$$

lautet dann die aufnehmbare Querkraft, die durch die Tragfähigkeit der Druckstrebe begrenzt wird (vgl. Glg. (6.9) von EC2):

$$V_{Rd,max} = \frac{v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z}{\tan\theta + 1/\tan\theta} \quad (8-8)$$

Je größer θ , desto größer ist die aufnehmbare Querkraft. Bei senkrechter Querkraftbewehrung ergibt sich der Größtwert der aufnehmbaren Querkraft für $\theta = 45^\circ$:

$$\max V_{Rd,max} = \frac{v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z}{\tan 45^\circ + 1/\tan 45^\circ} = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \quad (8-9)$$

Mit einem steileren Winkel wächst aber auch der Bedarf an Querkraftbewehrung (vgl. Glg. (8-2)). Im Beton ist der Winkel der Druckstrebe nicht geometrisch vorgegeben, es kann sich jeder Winkel einstellen. Im Zustand des Versagens passt sich nach der Plastizitätstheorie der Winkel so an, dass die Tragfähigkeit von Zugstrebe und Druckstrebe gleich ausgeschöpft ist. Für eine wirtschaftliche Bemessung kann man also den kleinstmöglichen Druckstrebenwinkel ermitteln. Leider kann die Glei-

chung (8-8) nicht nach $\tan\theta$ aufgelöst werden. Denkbar wäre eine grafische bzw. tabellarische Lösung, doch hiervon wird kein Gebrauch gemacht, weil ein Mindestwinkel für die Druckstrebe einzuhalten ist (siehe Abschnitt 8.2.3), der überwiegend maßgebend wird.

In Gleichung (8-8) wird die Druckfestigkeit mit ν_1 abgemindert. Da die Druckstrebe durch die Bügelkräfte in Querrichtung auf Zug beansprucht wird, muss die Festigkeit nach Bild 8-12 abgemindert werden.

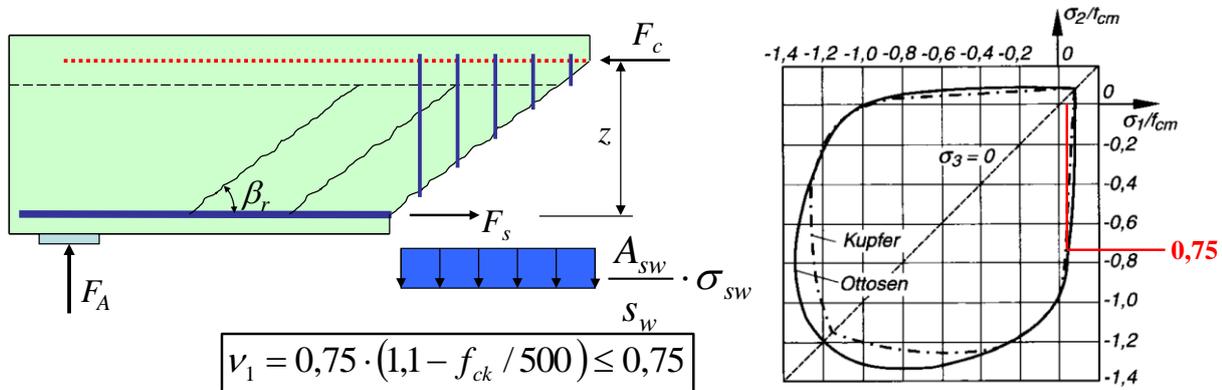


Bild 8-12 Abminderung der Druckfestigkeit bei gleichzeitiger Wirkung einer Querkzugbeanspruchung durch die Querkraftbewehrung, Diagramm nach [29] entnommen aus [30]

In dem Diagramm von Bild 8-12 wird die Betondruckfestigkeit unter zweiachsialer Beanspruchung dargestellt. Bei zusätzlichem Druck in Querrichtung steigt die Festigkeit leicht an, bei Zug in Querrichtung fällt die Druckfestigkeit stark ab.

Bei Spanngliedern in Hüllrohren ist zu beachten, dass die Druckstrebe die Hüllrohre in einem relativ steilen Winkel kreuzt. Insbesondere bei nicht verpressten Hüllrohren (z.B. im Bauzustand), aber auch bei verpressten Hüllrohren ist eine geringere Breite der Druckstrebe $b_{w,nom}$ für nebeneinander liegende Hüllrohre zu beachten:

$$b_{w,nom} = b_w - 1,2 \cdot \sum d_h \quad \text{für nicht verpresste Hüllrohre oder verpresste Kunststoffhüllrohre und Spannglieder ohne Verbund} \quad (8-10)$$

$$b_{w,nom} = b_w - 0,5 \cdot \sum d_h \quad \text{für verpresste Hüllrohre bis C50/60} \quad (8-11)$$

$$b_{w,nom} = b_w - 1,0 \cdot \sum d_h \quad \text{für verpresste Hüllrohre ab C55/67} \quad (8-12)$$

Für d_h ist der Außendurchmesser des Hüllrohres einzusetzen. Falls $\sum d_h \leq b_w / 8$, kann bei verpressten Metallhüllrohren auf den Abzug verzichtet werden.

8.2.3 Wahl des Druckstrebenwinkels

Wie in Abschnitt 8.2.2 festgestellt wurde, sollte für eine wirtschaftliche Bemessung der kleinstmögliche Druckstrebenwinkel bestimmt werden. Dabei ist nach EC2 eine untere Grenze für $\tan\theta$ zu beachten.

Die auf Mörsch zurückgehende Annahme beim Fachwerkmodell (hier mit senkrechten Zugpfosten dargestellt) war, dass die Druckstreben parallel zu den schrägen Rissen (ca. 40° für Bauteile ohne Längsspannung σ_{cd}) verlaufen.

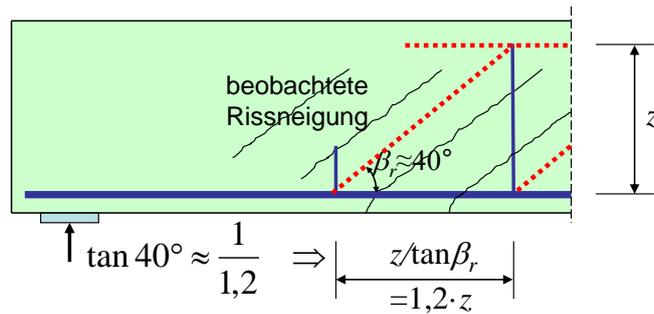


Bild 8-13 Fachwerkgeometrie bei der Annahme, dass die Druckstrebe parallel zu den Rissen verläuft

Die in Versuchen beobachtete Bügelspannung war insbesondere bei geringer Querkraftbeanspruchung im GZT deutlich niedriger als die der Bemessung zugrunde gelegte Streckgrenze (Umformung von Gleichung (8-1)):

$$\sigma_{s, \text{Zugpfosten}} = \sigma_{s, \text{Bü, Versuch}} = \frac{V_{Ed}}{A_{s, \text{Zugpfosten}}} < f_{yd} \quad (8-13)$$

Hieraus erkannte man, dass auch Nebentragwirkungen am Tragverhalten beteiligt sind.

Als Nebentragwirkungen sind zu beobachten:

- Aus einer in der Realität geneigten Obergurkraft kann über ihren vertikalen Kraftanteil ein Teil der Querkraft aufgenommen werden.
- Infolge der in Rissrichtung verschobenen Rissufer werden Widerstandskräfte in tangentialer und auch in normaler Richtung aktiviert (Bild 8-14). Zusätzlich werden an der Risswurzel Zugspannungen senkrecht zum Riss infolge des Zugspannungs-Rissöffnungs-Gesetzes übertragen. Hieraus kann eine Querkraftkomponente ermittelt werden (Bild 8-15).
- Infolge des vertikalen Versatzes der Risskanten wird die Biegezugbewehrung wie ein Dübel beansprucht (Bild 8-16). Der Dübel kann über seinen Scherwiderstand einem Teil der Querkraft übernehmen.

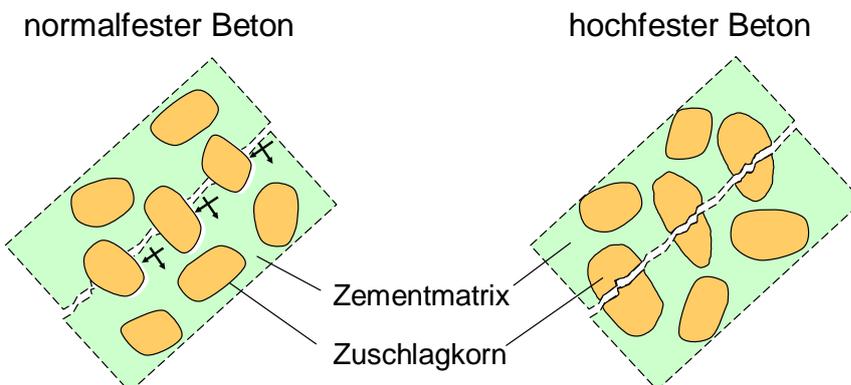


Bild 8-14 Rissverzahnung

Bei hochfestem Beton geht der Riss zunehmend auch durch die Gesteinskörnungen. Dadurch fällt die Rissreibung bei höherfesten Betonen anteilig geringer aus.

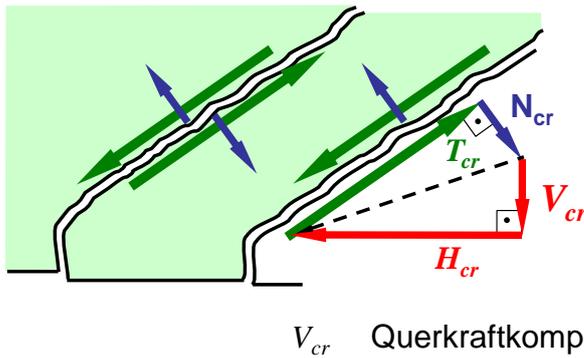


Bild 8-15 Umrechnung von Tangential- und Normalkraft im Riss auf Querkraft- und Horizontalkraftkomponente

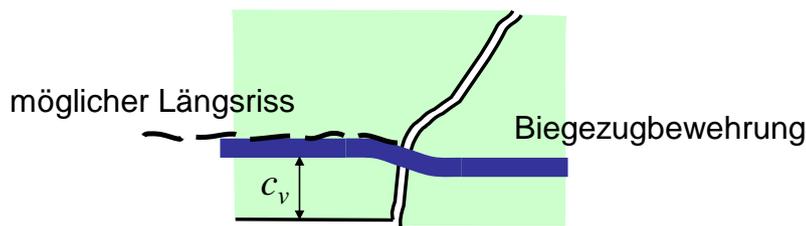


Bild 8-16 Dübelwirkung der Biegezugbewehrung

Anhand von umfangreichen Versuchsauswertungen können alle Nebentragwirkungen in dem Traganteil $V_{Rd,cc}$ zusammengefasst.

$V_{Rd,cc}$ entspricht einer zusätzlichen Kraft im Zugpfosten, das heißt, bei gleicher einwirkender Querkraft V_{Ed} kann entweder die Bewehrung des Zugpfostens reduziert oder der Wirkungsbereich des Zugpfostens in Längsrichtung um Δx größer angenommen werden. Hieraus ergibt sich eine flachere Druckstrebe bei gleicher Rissneigung, die Druckstrebe verläuft im Versagenszustand also nicht parallel zu den Rissen, die sich bereits bei geringerer Beanspruchung gebildet haben.

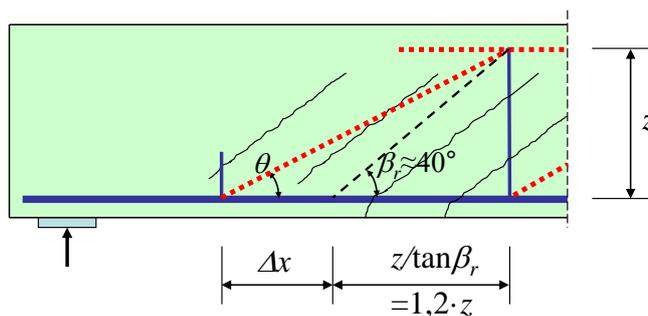


Bild 8-17 Fachwerkgeometrie bei Berücksichtigung der Nebentragwirkungen

aus der Geometrie des Fachwerkdreieckes ergibt sich:

$$\frac{\Delta x}{z/\tan \beta_r} = \frac{V_{Rd,cc}}{V_{Rd,Bü}} = \frac{V_{Rd,cc}}{V_{Ed} - V_{Rd,cc}} \quad (8-14)$$

und für den Winkel der Druckstreben:

$$\tan \theta = \frac{z}{\Delta x + z/\tan \beta_r} = \frac{\tan \beta_r}{\frac{\Delta x}{z/\tan \beta_r} + 1}$$

Nach Einsetzen von Gleichung (8-14):

$$\tan \theta = \frac{\tan \beta_r}{\frac{V_{Rd,c}}{V_{Ed} - V_{Rd,cc}} + 1}$$

und kurzer Umformung:

$$\tan \theta = \left(1 - \frac{V_{Rd,cc}}{V_{Ed}} \right) \cdot \tan \beta_r \quad (8-15)$$

ergibt sich der in der Norm verwendete Ausdruck unter Annahme einer Rissneigung von $\beta_r = 40^\circ$:

$$\tan \theta = \frac{1 - \frac{V_{Rd,cc}}{V_{Ed}}}{1,2} \quad \text{für } \sigma_{cd} = 0 \quad (8-16)$$

Da $V_{Rd,cc}$ begrenzt ist, stellt die so ermittelte Neigung der Druckstrebe eine untere Grenze dar. Die Festlegung dieser unteren Grenze steht zunächst im Widerspruch zur Plastizitätstheorie. Aufgrund des begrenzten Verformungsvermögens des Betons kann die ideale Plastizität bei Stahlbetonbauteilen aber auch nicht vorausgesetzt werden, wie Versuchsauswertungen ergeben.

Der Mitwirkungsanteil $V_{Rd,cc}$ wird in der derzeitigen Normengeneration nach *Reineck* [23] folgendermaßen definiert:

$$V_{Rd,cc} = c \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot b_w \cdot z \quad (\text{hier ohne Längsspannungen: } \sigma_{cd} = 0) \quad (8-17)$$

mit

$$c = 0,50$$

f_{ck} charakteristischer Wert der Druckfestigkeit des Betons in N/mm^2

$f_{ck}^{1/3}$ in N/mm^2

Wie man erkennt, ist die Formulierung unabhängig vom Belastungsniveau. Zur Vermeidung einer rechnerisch zu großen Mitwirkung bei geringer Querkraftbeanspruchung, wird als weitere untere Grenze $\tan \theta = 1/3$ ($\theta \approx 18,5^\circ$) festgelegt. Damit geht rechnerisch die Mitwirkung $V_{Rd,cc}$ bei abnehmender Querkraft proportional auf Null zurück (vgl. Bild 8-22).

Bei großer Querkraftbeanspruchung kann die Druckstrebe mit der unteren Grenze der Druckstrebenneigung nach Gleichung (8-16)

$$\tan \theta = \frac{1 - \frac{V_{Rd,cc}}{V_{Ed}}}{1,2}$$

nicht mehr nachgewiesen werden. In diesen Fällen kann sich die Druckstrebe entsprechend der Plastizitätstheorie steiler aufstellen, bei senkrechter Querkraftbewehrung bis zu 45° . Vergleichsrechnungen zeigen, dass für Normalbeton mit $\alpha = 90^\circ$ und $\sigma_{cd} = 0$ bis etwa $0,95 \cdot \max V_{Rd,max}$ die untere Grenze der Druckstrebenneigung verwendet werden kann ($\max V_{Rd,max}$ nach Gleichung (8-9)).

Oberhalb von $0,95 \cdot \max V_{Rd,max}$ wird die Querkraftbewehrung vereinfachend ohne den Mitwirkungsanteil (volle Querkraftdeckung ausschließlich durch Querkraftbewehrung) und für $\theta = 45^\circ$ ermittelt. Die mögliche Wahl des Druckstrebenwinkels zwischen der unteren Grenze und 45° zur

wirtschaftlichen Ausnutzung der Querkraftbewehrung kann nur mühselig auf iterativem Wege erfolgen, praktisch ist die Wahl von 45° genügend wirtschaftlich. Nähere Hinweise hierzu in Abschnitt 8.4.2.

Hinweis: Die Herleitung des flachesten Druckstrebenwinkels erfolgte für senkrechte Querkraftbewehrung. Für geneigte Querkraftbewehrung ergäbe sich nach dem vorgestellten Modell eine kleinere Druckstrebenneigung, was jedoch nach EC2 offensichtlich unberücksichtigt bleibt.

Bei vorgespannten Bauteilen ist die beobachtete Rissneigung flacher als 40° . Sie ergibt sich näherungsweise aus dem Zustand I, gemäß *Reineck* [23] wird nach EC2 angenommen:

$$\tan \beta_r = \frac{1}{1,2 + 1,4 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}} \quad (\text{bei Längsdruck ist } \sigma_{cd} \text{ positiv einzusetzen!)} \quad (8-18)$$

Entsprechend Gleichung (8-15) erhält man die Formulierung in EC2:

$$\tan \theta = \frac{1 - \frac{V_{Rd,cc}}{V_{Ed}}}{1,2 + 1,4 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}} \quad (8-19)$$

Aufgrund der Versuchsauswertungen ist der Mitwirkungsanteil $V_{Rd,cc}$ für längsdruckbeanspruchte Bauteile geringer, nach EC2:

$$V_{Rd,cc} = c \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot \left(1 - 1,2 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) b_w \cdot z \quad (\sigma_{cd} \text{ bei Längsdruck positiv!)} \quad (8-20)$$

$$c = 0,50$$

f_{ck} charakteristischer Wert der Druckfestigkeit des Betons in N/mm^2

$f_{ck}^{1/3}$ in N/mm^2

8.3 Bemessungswerte der einwirkenden Querkraft

Im allgemeinen Fall eines Bauteils mit veränderlicher Bauteilhöhe verlaufen die inneren Kräfte nicht parallel zur Systemlinie, dadurch entstehen Kraftkomponenten senkrecht zur Systemlinie, die zusammen mit dem Querkraftwiderstand des Steges V_{Ed} der einwirkenden Querkraft $V_{Ed,0}$ gegenübergestellt werden müssen. Die Komponenten können im günstigen Fall den Bauteilwiderstand vergrößern oder bei ungünstiger Konstellation vermindern.

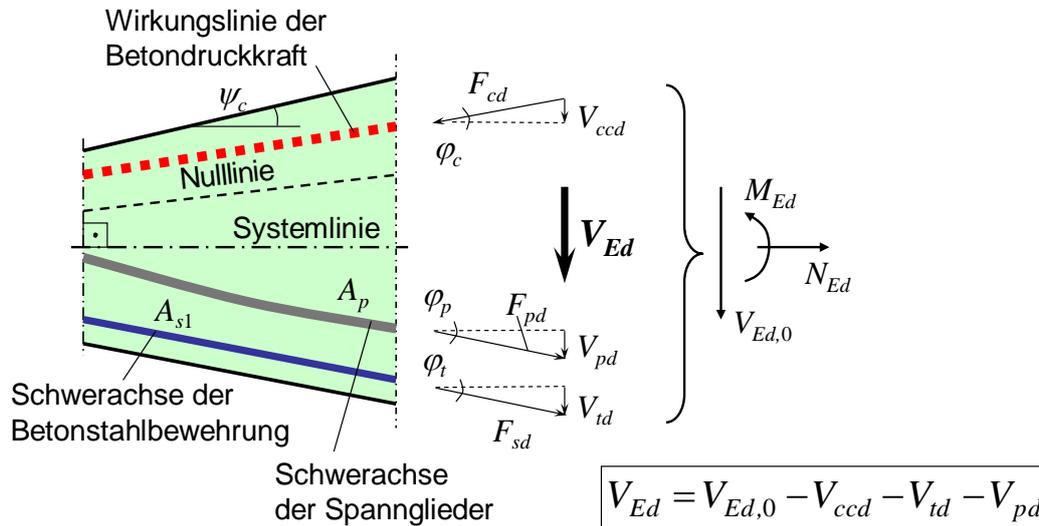


Bild 8-18 Bemessungswert der einwirkenden Querkraft bei Bauteilen mit veränderlicher Bauhöhe und/oder geneigter Spannbewehrung (alternativ kann der stat. best. Anteil der Vorspannung auch auf der Einwirkungsseite in Rechnung gestellt werden)

Bei vorgespannten Bauteilen muss ein ggf. vorhandener statisch unbestimmter Anteil der Querkraft infolge Vorspannung bei $V_{Ed,0}$ berücksichtigt werden.

8.3.1 Unterscheidung nach der Art der Lagerung

An Auflagern ist die maßgebende Nachweisstelle in Längsrichtung des Tragwerkes generell am Auflagerend definiert. Für die maximal aufnehmbare Querkraft infolge der Tragfähigkeit der Druckstrebe sollte vereinfachend die Querkraft aus der Auflagerachse verwendet werden.

Bei direkter Lagerung darf für den Nachweis der Zugstrebe der Nachweisschnitt in der Entfernung von d vom Auflagerend entfernt angenommen werden, da die in dem Bereich kurz vor dem Auflager eingeleiteten Lasten direkt über die Druckstrebe ins Auflager abgetragen werden. Dies gilt nur bei Lasteinleitung an dem dem Auflager gegenüberliegenden Bauteilrand (i.d.R. Last am oberen und Auflager am unteren Bauteilrand).

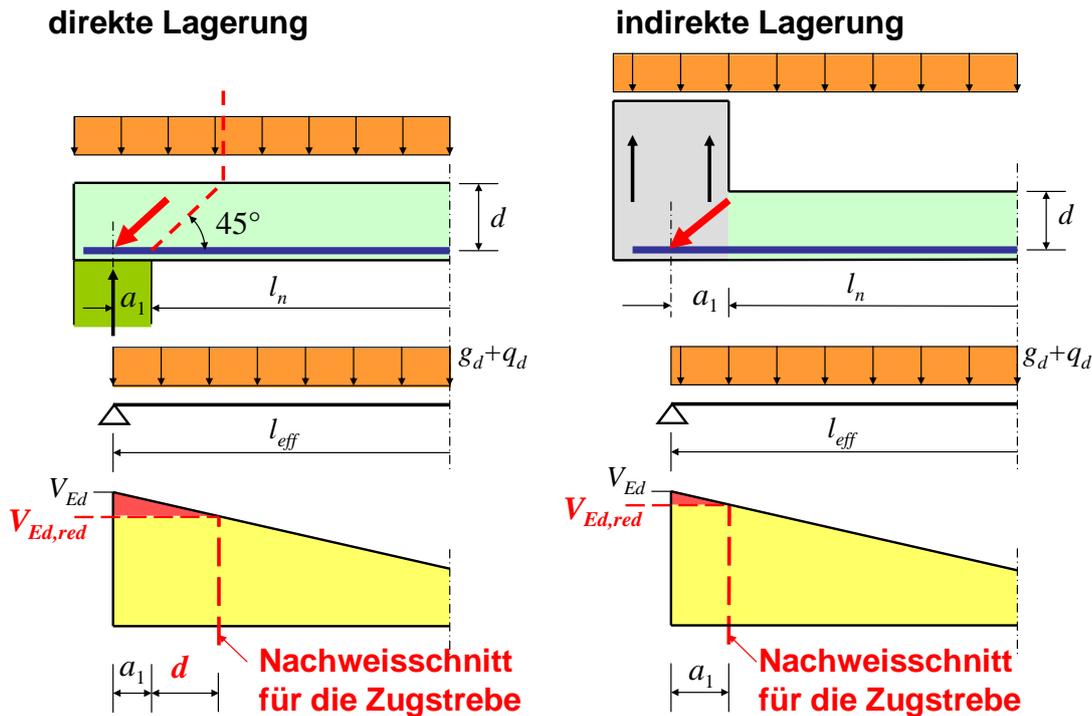


Bild 8-19 Bemessungswert der einwirkenden Querkraft in Abhängigkeit von der Art der Lagerung

Wenn das lastabtragende Bauteil ein Stahlbetonbiegebauteil ist, dann muss für eine direkte Lagerung die Bauteilunterkante des lastbringenden Bauteils oberhalb der Mitte des lastabtragenden Bauteils liegen. Andernfalls liegt eine indirekte Lagerung vor.

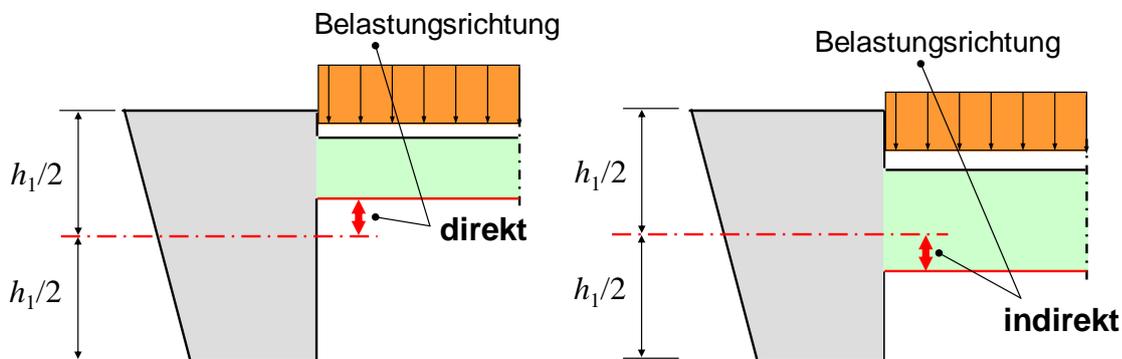


Bild 8-20 Abgrenzung zwischen direkter und indirekter Lagerung bei Auflagerung auf einem Biegebauteil

8.3.2 Auflager nahe Einzelast bei direkter Lagerung

Bei einer auflagen nahen Einzelkraft nach Bild 8-21 wird ein Teil der Kraft auf direktem Wege zum Auflager abgeleitet. Je dichter die Kraft an den Auflagerrand rückt, um so größer ist dieser direkte Anteil. Falls die Längsbewehrung vollständig am Auflager verankert ist, darf die Querkraftbewehrung für eine reduzierte Querkraft bemessen werden. Zur Aufnahme von $V_{Ed,red}$ darf nur die Bewehrung aus dem mittleren Bereich von $0,75 \cdot a_v$ angerechnet werden:

$$V_{Ed,red} \leq A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \sin \alpha \quad \text{mit} \quad A_{sw} = a_{sw} \cdot 0,75 a_v \Rightarrow \text{erfa}_{sw} = \frac{V_{Ed,red}}{0,75 a_v \cdot f_{yd} \cdot \sin \alpha} \quad (8-21)$$

Die Druckstrebe ist ohne Abminderung nachzuweisen.

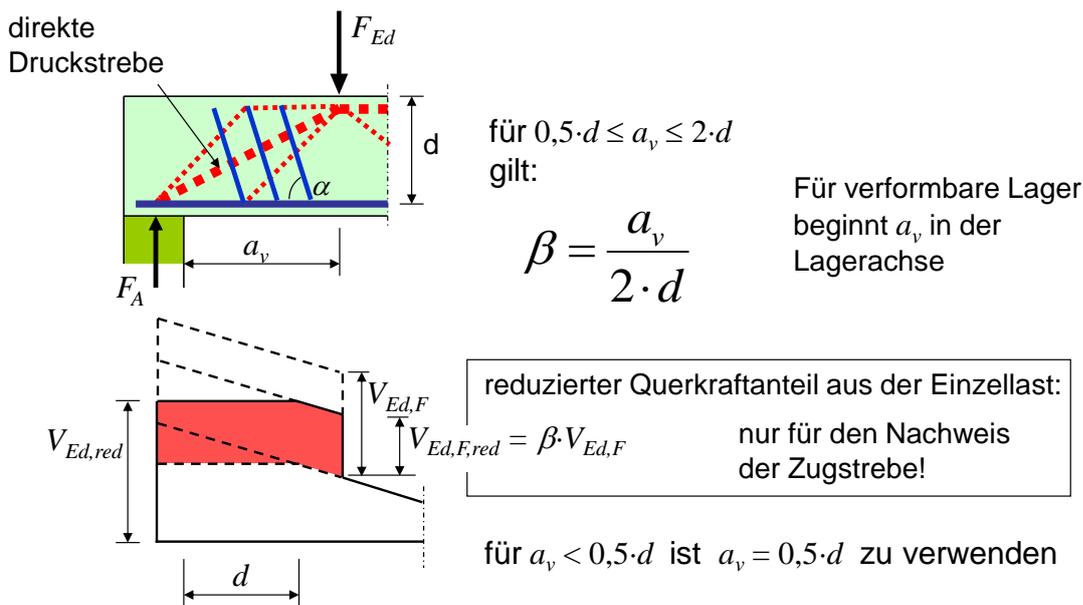


Bild 8-21 maßgebende Querkraft bei auflagernaher Einzellast

Diese Reduzierung darf auch bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung beim Nachweis nach den Gleichungen (8-38) und (8-39) genutzt werden (EC2, 6.2.2(6)), um Querkraftbewehrung bei Platten zu vermeiden. Zusätzlich ist dann nachzuweisen:

$$V_{Ed} \leq 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad \text{mit} \quad \nu = 0,675 \quad (8-22)$$

Für Betonfestigkeitsklassen über C50/60 ist ν mit dem Faktor $(1,1 - f_{ck}/500)$ zu reduzieren.

8.4 Nachweis von Bauteilen mit Querkraftbewehrung

Entsprechend der allgemeinen Formulierung gilt auch hier für den Nachweis im GZT:

$$E_d \leq R_d \quad (8-23)$$

Für den Nachweis von Querkraften ist an jeder Stelle, insbesondere an den Stellen der größten Querkraften nachzuweisen:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} \quad (8-24)$$

und

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,sy} \quad \text{nach EC2: } V_{Rd,s} \quad (8-25)$$

Mit dem ersten Nachweis wird indirekt die Tragfähigkeit der Druckstrebe sichergestellt (direkt wird der entsprechende Querkraftanteil nachgewiesen). Der zweite garantiert indirekt die ausreichende Tragfähigkeit der Zugstrebe. Der zweite Nachweis wird in dieser Form selten geschrieben, weil in der Regel die erforderliche Querkraftbewehrung gesucht wird.

Zunächst soll der häufig auftretende Standardfall betrachtet werden. Im Abschnitt 8.4.2 werden dann die Regelungen für den allgemeinen Fall angegeben.

8.4.1 Praktische Bemessung und Querkraftdeckung für den Standardfall

Für den Standardfall gelten folgende Voraussetzungen:

- zur Bauteilachse senkrechte Querkraftbewehrung $\alpha = 90^\circ$
- keine Normalspannungen infolge Vorspannung oder äußeren Normalkräften
- Verwendung von Normalbeton

Schritte der Bemessung nach EC2:

1. Der innere Hebelarm darf näherungsweise mit $z = 0,9 \cdot d$ (höchstens $d - 2 \cdot c_{v,l}$ bzw. $d - c_{v,l} - 30 \text{ mm}$) angenommen werden, sofern sich aus der Biegebemessung kein kleinerer Wert ergibt.
2. Ermittlung des kleinstmöglichen Neigung der Druckstrebe, die zur geringsten Querkraftbewehrung führt:

$$\tan \theta = \frac{1 - \frac{V_{Rd,cc}}{V_{Ed}}}{1,2} \quad \text{mit } V_{Rd,cc} \text{ nach Glg. 8-20} \quad (8-26)$$

Am Auflager kann für V_{Ed} die reduzierte Querkraft eingesetzt werden.

3. Nachweis der Druckstrebe:

$$V_{Rd,max} = \frac{v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z}{\tan \theta + 1/\tan \theta} \quad (8-27)$$

dabei ist b_w die kleinste Breite zwischen Druckzone und Biegezugbewehrung

4. Nachweis der Zugstrebe:

$$a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot z} \cdot \tan \theta \quad (8-28)$$

Am Auflager kann für V_{Ed} die reduzierte Querkraft eingesetzt werden.

Vorteilhaft ist die Querkraftbemessung nach folgender Vorgehensweise:

Die maximale Querkrafttragfähigkeit erhält man bei ausgenutzter Druckstrebe für $\theta = 45^\circ$ nach Gleichung (8-9):

$$\max V_{Rd,max} = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \quad (8-29)$$

Für die Ermittlung der Bewehrung ergibt sich aus Vergleichsrechnungen, dass für Stahlbetonbauteile im Standardfall für V_{Ed} -Werte (an Auflagern für die $V_{Ed,red}$ -Werte) oberhalb von etwa $0,95 \cdot \max V_{Rd,max}$ volle Querkraftdeckung und darunter verminderte Querkraftdeckung vorliegt. Die Querkraftbewehrung ergibt sich dann

- bei voller Querkraftdeckung (näherungsweise und auf der sicheren Seite für den Winkel $\theta = 45^\circ$) aus der Gleichung (8-2):

$$a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} \cdot 1,0 \quad (8-30)$$

- bei verminderter Querkraftdeckung aus den Gleichungen (8-2) und (8-16) :

$$a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_{Ed} - V_{Rd,cc}}{1,2 \cdot z \cdot f_{yd}} \\ \frac{V_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} \cdot \frac{1}{3} \end{array} \right. \quad (8-31)$$

Der Traganteil $V_{Rd,cc}$ kann in voller Größe nur für die Tragwerksbereiche abgezogen werden, für die $\tan\theta > 1/3$. Dies ist dort der Fall, wo $V_{Ed} \geq V_{Rd,cc}/0,6$ ist (siehe Bild 8-22). Im Fall $V_{Ed} < V_{Rd,cc}/0,6$ wird $\tan\theta = 1/3$ maßgebend.

In Bild 8-22 stellt die grau hinterlegte Fläche den durch Querkraftbewehrung abzudeckenden Anteil der Querkraft dar.

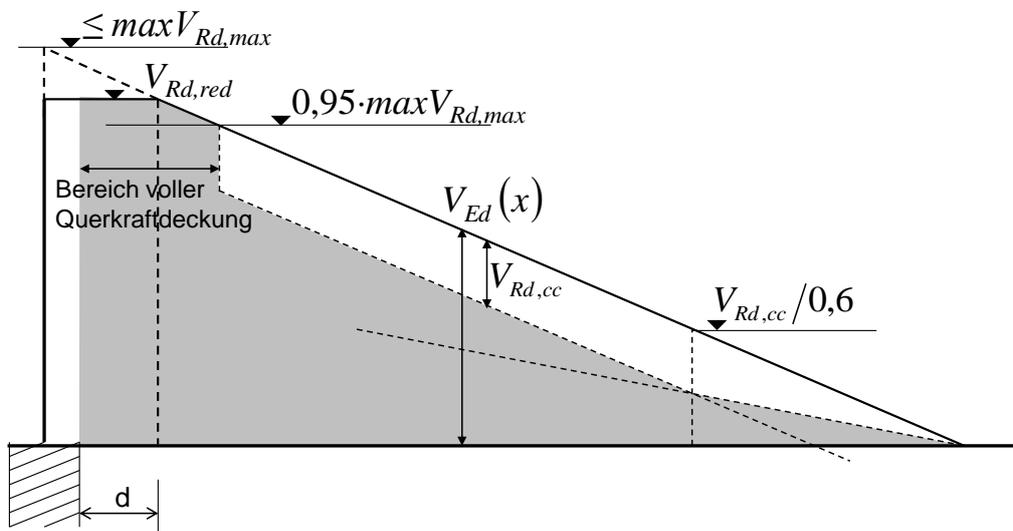


Bild 8-22 Erforderliche Abdeckung der Querkraftfläche für den Standardfall zwischen Auflager und Querkraftnullpunkt bei linearem Querkraftverlauf infolge einer Gleichlast

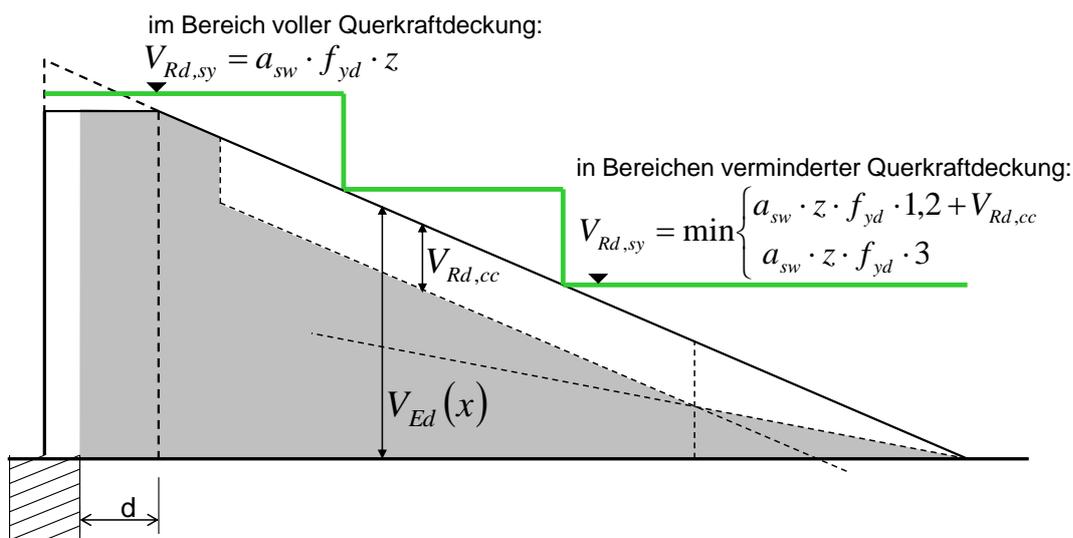


Bild 8-23 Querkraftdeckungsline für den Standardfall

Bei gestaffelter Querkraftbewehrung kann bei Beachtung der in Bild 8-24 genannten Bedingungen in die Querkraftlinie eingeschnitten werden.

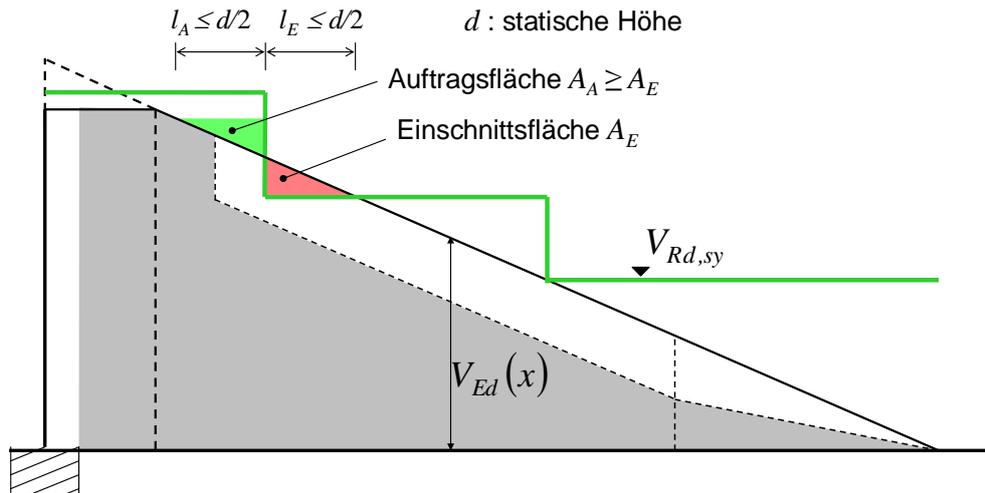


Bild 8-24 Einschniden der Querkraftdeckungsfläche in die Querkraftlinie gemäß DIN 1045-1, Abschnitt 13.2.3, entsprechende Regel weiterhin zulässig, jedoch nur für oben angreifende Gleichlasten (vgl. Fingerloos/Hegger/Zilch: Eurocode 2 für Deutschland, S.260)

8.4.2 Allgemeiner Bemessungsfall

Bisher haben wir nur Bauteile ohne Normalkraft und mit senkrechter Querkraftbewehrung (senkrecht zur Stabachse) betrachtet. Die Querkraftbewehrung kann allerdings auch bis zu 45° geneigt ausgeführt werden. Dies ist insbesondere dann sinnvoll, wenn die Tragfähigkeit der Druckstrebe bei senkrechter Querkraftbewehrung nicht ausreichend ist. Die Neigung muss jeweils in Richtung der Auflager erfolgen (vgl. Bild 8-8). Die Neigung bezieht sich immer auf die Stabachse und nicht auf die Horizontale.

Der aufnehmbare Querkraftanteil der geneigten Zugstrebe ($45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) ergibt sich bei entsprechender Berücksichtigung der Geometrie analog zu 8.2.1.

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot (1/\tan \theta + 1/\tan \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (8-32)$$

Ebenso kann $V_{Rd,max}$ aus der Tragfähigkeit der Druckstrebe gemäß Abschnitt 8.2.2 hergeleitet werden.

$$V_{Rd,max} = v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{1/\tan \theta + 1/\tan \alpha}{1 + 1/\tan^2 \theta} \quad (8-33)$$

Im ersten Schritt einer Bemessung ist nun an den maßgebenden Stellen im Tragwerk der Druckstrebenwinkel innerhalb der gegebenen Grenzen zu wählen bzw. vorzuschätzen.

untere Grenze (flachster Druckstrebenwinkel) mit $V_{Rd,cc}$ nach Gleichung (8-20):

$$\tan \theta = \max \left\{ \begin{array}{l} 1/3 \quad (\Rightarrow \theta = 18,5^\circ) \\ \frac{1 - V_{Rd,cc}/V_{Ed}}{1,2 + 1,4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}} \end{array} \right. \quad (8-34)$$

an Auflagern darf hier $V_{Ed,red}$ eingesetzt werden.

Es wird immer die kleinstmögliche Druckstrebenneigung angestrebt, da sich hierfür die geringste Querkraftbewehrung ergibt.

Im zweiten Schritt ist $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$ nachzuweisen (Nachweis der Druckstrebe, siehe Glg. (8-33)). Gelingt dieser Nachweis nicht für die kleinstmögliche Druckstrebenneigung, kann ein größerer Neigungswinkel bis 45° gewählt werden. Darüber hinaus kann $V_{Rd,max}$ durch eine noch steilere Druckstrebe (maximal 60° , $\tan\theta = 1,73$) bei gleichzeitiger Neigung der Querkraftbewehrung gesteigert werden, dabei gilt:

bei $\alpha = 90^\circ$ darf θ höchstens bis 45°

bei $\alpha = 80^\circ$ darf θ höchstens bis 50°

bei $\alpha = 70^\circ$ darf θ höchstens bis 55°

bei $\alpha = 45^\circ$ bis 60° darf θ höchstens bis 60° gewählt werden, Zwischenwerte entsprechend.

Alternativ sollte zur Verbesserung der Druckstrebentragfähigkeit die Balkenbreite oder die Betongüte erhöht werden.

Im dritten Schritt erfolgt der Nachweis der Zugstrebe ersatzweise über die Ermittlung der Querkraftbewehrung an der maßgebenden Stelle x im Bauteil, ggf. auch an anderen Stellen mit dem dort vorhandenen $\tan\theta$. Für senkrechte Querkraftbewehrung ($\alpha = 90^\circ$,):

$$a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot z / \tan\theta} \quad (8-35)$$

Bei geneigter Querkraftbewehrung nach Glg. (8-34).

Im vierten Schritt (Querkraftdeckung der Querkraftlinie) wird dann die erforderliche Querkraftbewehrung in Abhängigkeit vom Querkraftverlauf bestimmt. Für eine Nachweisstelle x in Balkenlängsrichtung ist für die Zug- und Druckstrebe immer der gleiche $\tan\theta$ zu verwenden. Der $\tan\theta$ ist z.B. bei Gleichlasten entlang der Bauteilachse veränderlich. Dadurch wird die Staffelung der Bewehrung nach Glg. (8-35) rechnerisch aufwendig.

Jedoch kann unter bestimmten Randbedingungen analog zum vorhergehenden Abschnitt 8.4.1 auf die Berechnung von $\tan\theta$ an jeder Stelle x verzichtet werden: in Bauteilen oder Bauteilabschnitten mit senkrechter Querkraftbewehrung kann in Bauteilabschnitten der verminderten Querkraftbewehrung (liegt für die Abschnitte vor, wo die kleinste Druckstrebenneigung nach Gleichung (8-34) beim Nachweis der Druckstrebe rechnerisch ausreichend ist) der Traganteil $V_{Rd,cc}$ von der einwirkenden Querkraft abgezogen werden (Gleichung(8-36)), sofern $\tan\theta$ mehr als $1/3$ beträgt.

$$a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,cc}}{f_{yd} \cdot \left[z \cdot \left(1,2 + 1,4 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \right]} \quad \text{jedoch mind.: } a_{sw} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} \cdot \frac{1}{3} \quad (8-36)$$

an Auflagern darf dabei $V_{Ed,red}$ berücksichtigt werden

Die Staffelung der Bewehrung kann für senkrechte Querkraftbewehrung entsprechend Bild 8-25 vorgenommen werden, Einschneiden gemäß Bild 8-24 zulässig.

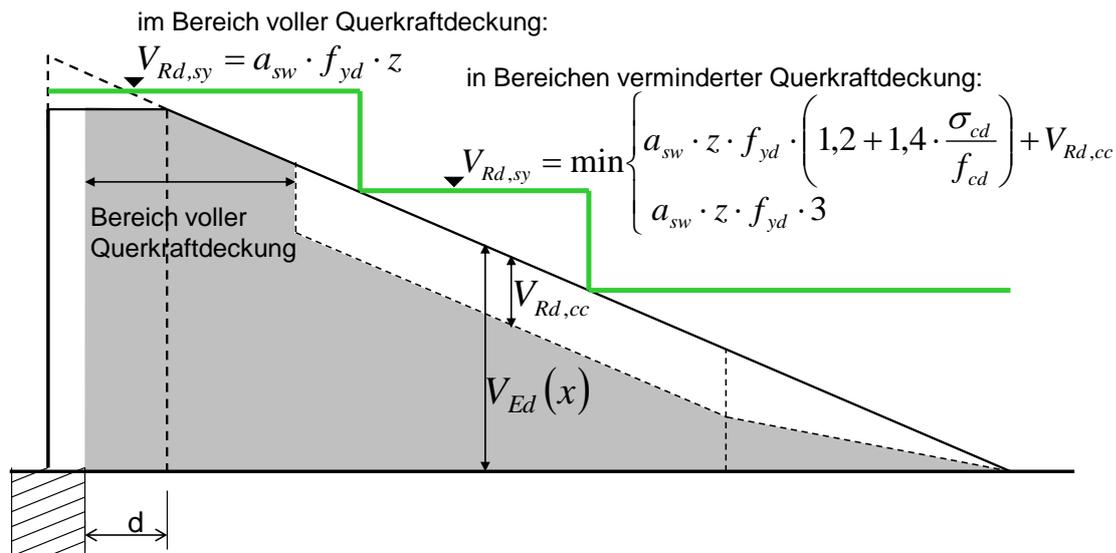


Bild 8-25 Querkraftdeckung für den allgemeinen Bemessungsfall bei Verwendung senkrechter Querkraftbewehrung

In Bauteilabschnitten höherer Beanspruchung und/oder geneigter Querkraftbewehrung muss die erforderliche Querkraftbewehrung entlang der Bauteilachse (alternativ zum allgemeinen Nachweis der Tragfähigkeit der Zugstrebe nach Glg. (8-32)) nach der umgestellten Formel unter Beachtung des veränderlichen $\tan \theta$ bestimmt werden:

$$a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot z \cdot [1/\tan \theta + 1/\tan \alpha] \cdot \sin \alpha} \quad (8-37)$$

an Auflagern darf dabei $V_{Ed,red}$ berücksichtigt werden

8.5 Bauteilwiderstand von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung

In Abschnitt 8.1 wurde bereits erwähnt, dass es auch Bauteile ohne Querkraftbewehrung gibt. Platten dürfen im allgemeinen ohne Querkraftbewehrung ausgebildet werden, da örtliche Schwachstellen durch anschließende Normalbereiche ausgeglichen werden können. Für balkenförmige Bauteile ist stets eine Mindestquerkraftbewehrung vorzusehen, da eine örtliche Schwachstelle zum Bauteilversagen führen kann.

8.5.1 Tragmodell(e) von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung

Bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung kann sich unter Gleichlasten ein Bogen-Zugband-Modell einstellen. Die kontinuierlich zum Auflager größer werdende Vertikalkomponente der Bogenkraft kann die Querkraft aufnehmen. Bei einem reinen Bogen-Zugband-Modell wäre die Kraft im Zugband über die volle Länge in gleicher Größe vorhanden, dies ist in der Realität nicht der Fall. Der tatsächliche Bogen liegt oberhalb der in Bild 8-26 gepunktet dargestellten Parabellinie (quad.). Trotzdem ist eine bis zu den Auflagern ungeschwächt durchlaufende Feldbewehrung mit entsprechend guter Verankerung sehr empfehlenswert, zwingend notwendig nach DIN 1045-1, 13.3.2(1) bzw. EC2, 9.3.1.2 (1) mindestens 50% der erforderlichen Feldbewehrung.

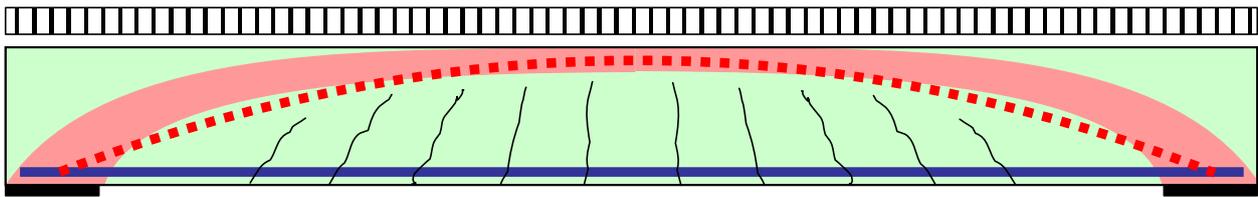
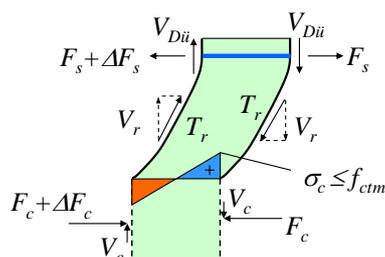
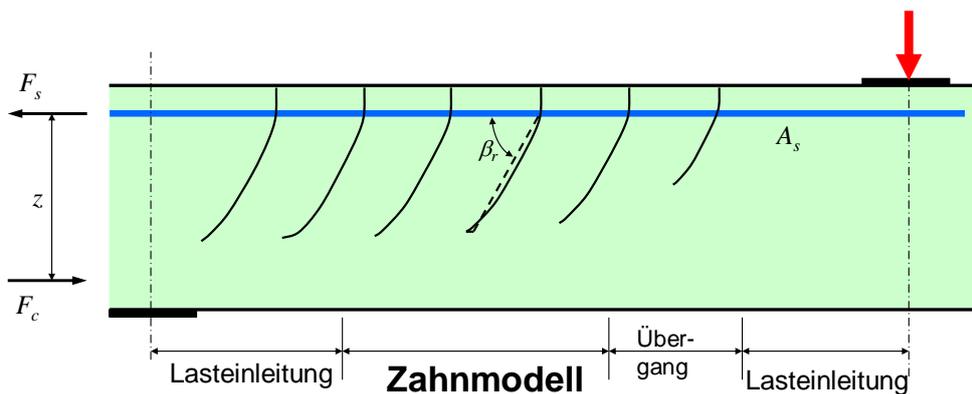


Bild 8-26 Bogen-Zugband-Modell eines Bauteils ohne Querkraftbewehrung

Ein weiteres Modell ist das Zahnmodell, das für die Modellrechnungen zur DIN 1045-1 und zum EC2 verwendet wurde. Es beschreibt insbesondere für Stützbereiche die Tragfähigkeit recht gut. In Stützbereichen wirkt neben der großen Querkraft auch ein betragsmäßig großes Stützmoment. Diese Bereiche sind kritischer als Endauflagerbereiche, an denen nur geringe Momente auftreten. Das Zahnmodell wird im nachfolgenden Abschnitt erläutert.

8.5.2 Bauteilwiderstand in gerissenen Bauteilabschnitten

Die Komponenten des Bauteilwiderstandes können am Zahnmodell qualitativ beschrieben werden. Die Rissbildung wird durch Biegemomente ausgelöst. In der ungerissenen Druckzone wird ein Teil der Querkraft übertragen. Da die Kraft in der Bewehrung auf beiden Seiten eines Zahns infolge veränderlicher Momente unterschiedlich ist, wird infolge der Zahnbiegung an seiner Wurzel eine Biegespannung hervorgerufen. Die Zähne können als in der Druckzone eingespannt betrachtet werden. Der aktivierte Biege- und Widerstand der Zähne trägt wesentlich zur Querkraftaufnahme bei. Die sich gegenüberliegenden Rissufer zweier Zähne verschieben sich in tangentialer Richtung gegeneinander, so dass sich der Biege- und Widerstand infolge der Kornverzahnung (siehe Bild 8-14 und Bild 8-15) zusätzlich erhöht. Weiterhin kann die Dübelwirkung (Bild 8-16) der Biegebewehrung zur Steigerung der Querkrafttragfähigkeit beitragen.



- Traganteil:
- V_c der Druckzone
 - V_r aus Rissreibung
 - $V_{Dü}$ aus Dübelwirkung

Bild 8-27 Zahnmodell zur Beschreibung der Bauteilwiderstände (Traganteile) von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung

Die verschiedenen Einflüsse können einzeln rechnerisch schwer erfasst werden. Die aufnehmbare Querkraft für Bauteile ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung wurde bereits in DIN 1045-1 auf der Grundlage umfangreicher Modellrechnungen und Versuchsauswertungen (604 Versuche an Stahlbetonbauteilen und 285 Versuche an Spannbetonbauteilen) mit einem empirischen Ansatz beschrieben. Dabei werden die erläuterten Tragwirkungen summarisch erfasst. Der Bauteilwiderstand ist dem Bemessungswert der Beanspruchung (hier darf bei entsprechenden Voraussetzungen $V_{Ed,red}$ verwendet werden, s. Abschnitte 8.3.1 und 8.3.2) gegenüberzustellen:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = \left[\frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,12 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad \text{Druck positiv!} \quad (8-38)$$

Dabei darf jedoch ein Mindestwert unabhängig von der Menge der Biegebewehrung angesetzt werden:

$$V_{Rd,c,min} = [v_{min} + 0,12 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad \text{Druck positiv!} \quad (8-39)$$

mit:

$$v_{min} = \frac{\kappa_1}{\gamma_c} \cdot \sqrt{\kappa^3 \cdot f_{ck}} \quad \text{in N/mm}^2 \quad (8-40)$$

dabei sind:

γ_c Teilsicherheitsbeiwert für bewehrten Beton nach EC2 Tab. NA 2.1

κ Maßstabsfaktor zur Berücksichtigung überproportional größeren Querkrafttragfähigkeit dünnerer Platten gegenüber dickeren Platten:

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d [mm]}} \leq 2,0$$

f_{ck} charakteristischer Wert der Druckfestigkeit des Betons in N/mm²

$f_{ck}^{1/3}$ in N/mm²

ρ_l Längsbewehrungsgrad der Biegebewehrung (siehe hierzu Bild 8-28)

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (\text{der rechnerisch nicht größer als } 0,02 \text{ angesetzt werden darf})$$

σ_{cp} Bemessungswert der Betonlängsspannung in Höhe der Schwerachse des Querschnittes mit

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0,2 \cdot f_{cd} \quad \text{in N/mm}^2,$$

N_{Ed} infolge äußerer Einwirkung oder Vorspannung (als Längsdruckkraft positiv)

b_w kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone des Bauteils in mm.

d statische Nutzhöhe in mm.

$\kappa_1 = 0,0525$ für $d \leq 600$ mm

$= 0,0375$ für $d \geq 800$ mm

für Zwischenwerte darf linear interpoliert werden.

Bei einer auflagnahen Einzellast ist Abschnitt 8.3.2 zu beachten.

11 Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

Neben dem Grenzzustand der Tragfähigkeit ist auch der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu untersuchen, entsprechende Grenzwerte sind einzuhalten. Nachzuweisen sind im GZG:

Die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit umfassen

- den Nachweis der Dekompression: DIN 1045-1, Abschnitt 11.2; EC2, 7.3.1(5)
- Spannungsbegrenzungen: DIN 1045-1, Abschnitt 11.1, EC2, 7.2
- Beschränkungen der Rissbreite: DIN 1045-1, Abschnitt 11.2, EC2, 7.3
- Beschränkungen von Verformungen: DIN 1045-1, Abschnitt 11.3, EC2, 7.4

damit einzelne Bauteile bzw. das Bauwerk als Ganzes während der geforderten Nutzungsdauer gebrauchstauglich sind und bleiben.

Mögliche Idealisierungen und zu beachtende Randbedingungen im GZG sind:

- Annahme linearer Werkstoffgesetze
- Teilsicherheitsbeiwerte auf der Einwirkungs- und Materialseite generell 1,0
- Berechnung i. d. R. im gerissenen Zustand II
- Beachtung der maßgebenden Zeitpunkte ($t=0$ oder $t=\infty$)
- ggf. die Mitwirkung des Betons in der Zugzone berücksichtigen, dann wird jedoch eine nicht-lineare Berechnung erforderlich
- keine Nachweise für Querkräfte erforderlich

Es müssen bestimmte Bemessungswerte einer Bauteileigenschaft als Grenzwerte C_d der Spannung, der Verformung oder der Rissbreite unter einer definierten Bemessungssituation der Beanspruchung E_d nachgewiesen werden:

$$E_d \leq C_d$$

Im GZG befinden sich Stahl und Beton noch im elastischen Bereich, so dass lineare Werkstoffgesetze verwendet werden können. Für gerissenen Beton gilt dies allerdings nur im Druckbereich. Zeitliche Einflüsse aus Kriechen, Schwinden und Spannstahlrelaxation auf die Nachweise im GZG müssen berücksichtigt werden.

Sofern nicht nachgewiesen werden kann, dass ein Bauteil oder Bauteilbereiche ungerissen bleiben, sind die Nachweise im GZG unter Berücksichtigung des gerissenen Zustandes II zu führen (siehe hierzu Abschnitt 11.3).

Insbesondere die Nachweise der Beton- und Spannstahlspannungen können im ungerissenen Zustand I sehr einfach mit linearen Werkstoffgesetzen im Druck- und Zugbereich vorgenommen werden. Sofern hiervon Gebrauch gemacht wird, ist die Vorspannung so groß zu wählen, dass der Zustand I eingehalten ist.

11.1 Grundlagen der Berechnung im Gebrauchszustand

11.1.1 Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen

Das Kraft-Dehnungsverhalten eines Stahlbetonzugstabes ist schematisch in Bild 11-1 dargestellt.

Man erkennt vier Bereiche der Kraft-Dehnungs-Linie (durchgezogene Linie):

- Den ungerissenen Bereich mit großer Anfangssteifigkeit, der sich nur vor der Rissbildung einstellt.
- Den Bereich der Rissbildungsphase, auch Phase der Erstrissbildung genannt. Je nach Versuchsdurchführung stellt sich entweder ein stufenförmiger Anstieg (Versuch ist kraftgesteuert) oder ein sägezahnartiger Verlauf (Versuch ist verformungsgesteuert) ein. Im Bild 11-1 ist nur ein idealisierter, leicht ansteigender Verlauf dargestellt. Der Verlauf kann näherungsweise auch horizontal angenommen werden. In der Rissbildungsphase führt eine Entlastung auf direktem Weg zum Ursprung zurück.
- Den Bereich der abgeschlossenen Rissbildung, der hier parallel zur Linie des nackten Stahls verläuft. Die Linie des nackten Stahls erhält man, wenn entweder der Stahl ohne Beton gezogen wird, oder wenn die Verbundwirkung zwischen Beton und Stahl nicht vorhanden ist. In Wirklichkeit verläuft die Linienabschnitt der abgeschlossenen Rissbildung nicht parallel zur Linie des nackten Stahls, weil sich in geringem Umfang doch weitere Risse bilden. Dieser Bereich wird daher manchmal auch als Bereich der sukzessiven, also fortschreitenden Rissbildung bezeichnet.
- Im Bereich oberhalb der Streckgrenze ergibt sich bis zum Bruch ein leichter Anstieg der Kraft bei gleichzeitig großen Dehnungen.

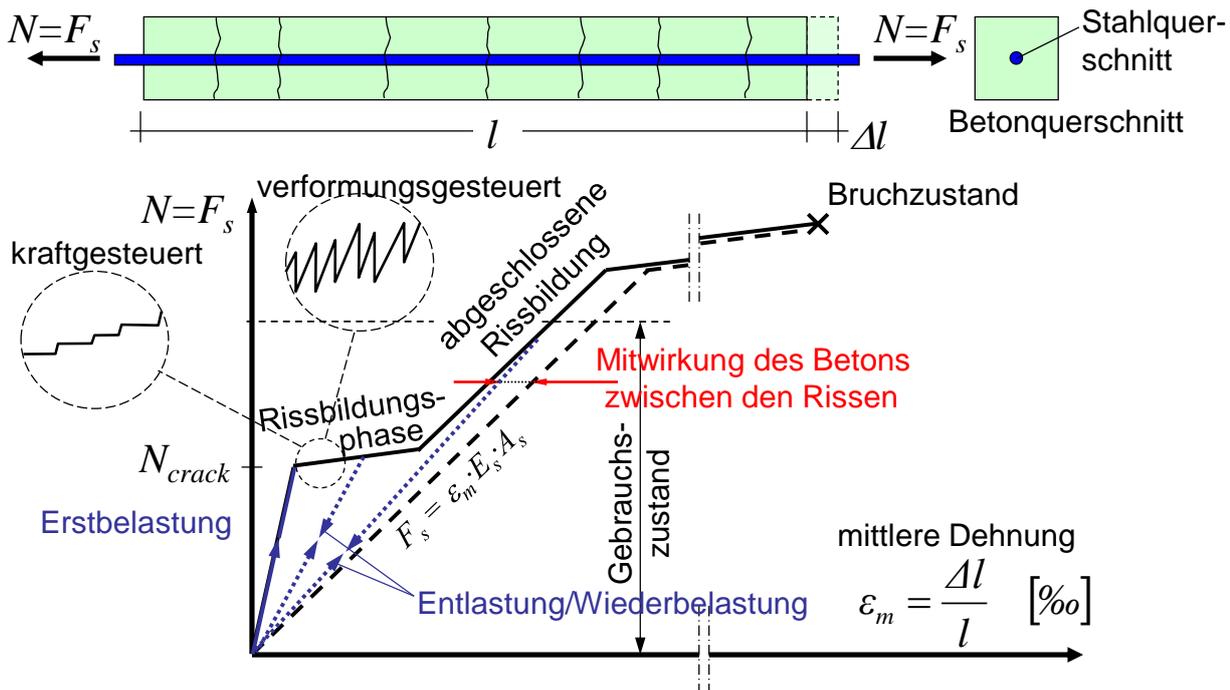


Bild 11-1 Verformungsverhalten (Arbeitslinie) eines Stahlbetonzugstabes

Bei einer Entlastung des Bauteils wandert der Messpunkt auf einer Ursprungsgeraden zurück. Bei einer anschließenden Wiederbelastung wird diese Gerade in umgekehrter Richtung durchlaufen bis das zuvor erreichte Belastungsniveau wieder erreicht wird.

Das Verformungsverhalten eines Biegebauteils unterteilt sich in die gleichen Phasen. Abgebildet wird das Momenten-Krümmungsverhalten. Auch das Verhalten bei Entlastung/Wiederbelastung ist analog zum Zugstab.

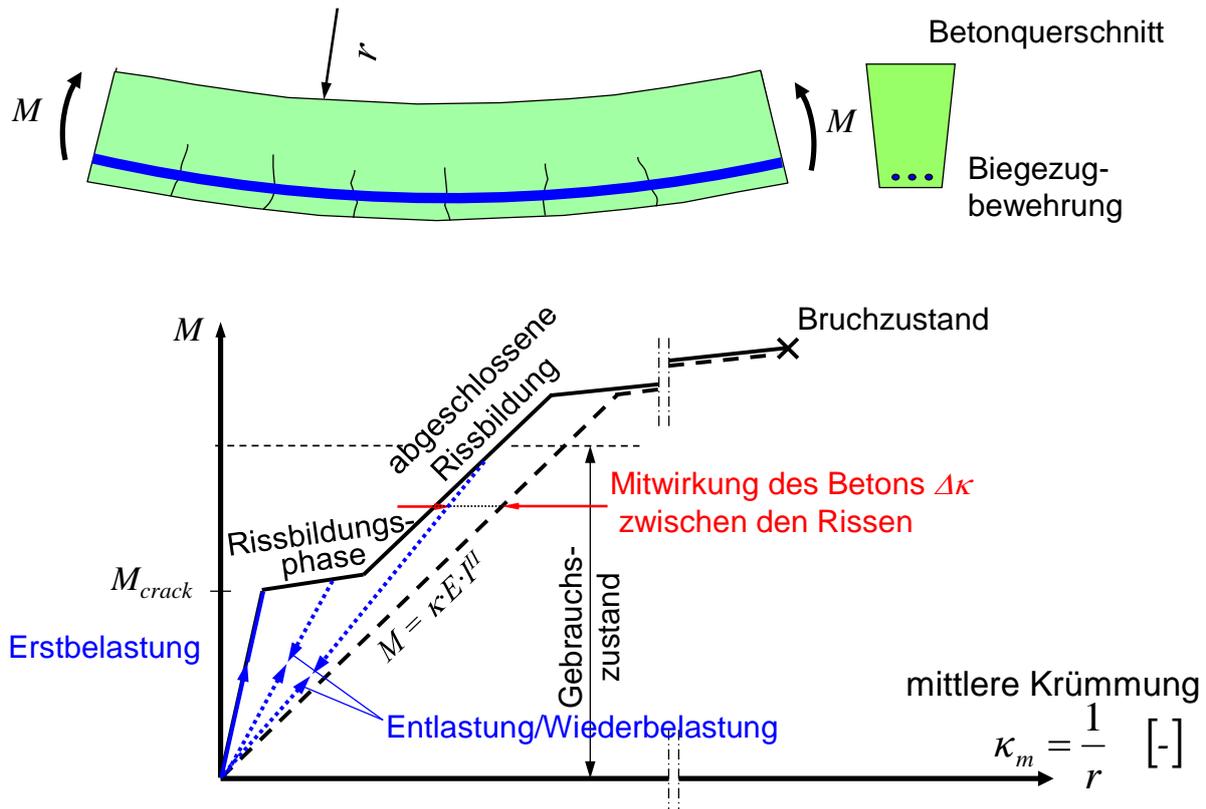


Bild 11-2 Verformungsverhalten (Arbeitslinie) eines Stahlbetonbalkens

Die Dehnungen von Stahl und Beton im Inneren eines Bauteils von Bild 11-1 sind in Bild 11-3 exemplarisch für den Zugstab gezeigt, einmal am Ende der Rissbildungsphase und einmal in der Phase der abgeschlossenen Rissbildung. In diesem Bild kann auch die Mitwirkung des Betons in der Zugzone als Dehnungsdifferenz abgelesen werden.

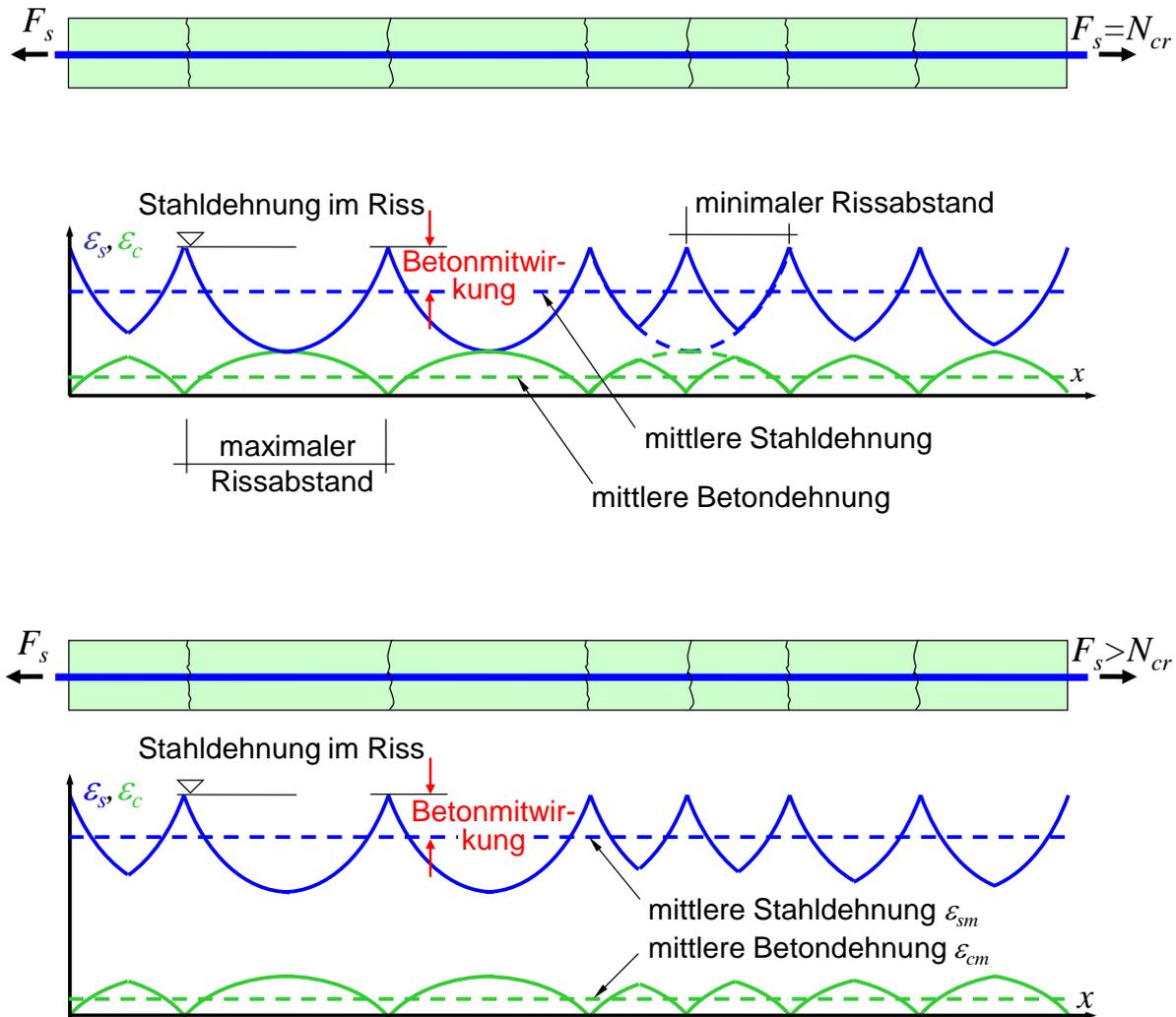


Bild 11-3 Dehnungen von Stahl und Beton im Inneren eines Stahlbetonzugstabes am Ende der Rissbildung und in der Phase der abgeschlossenen Rissbildung

11.1.2 Ermittlung der Risschnittgrößen

Die Rissnormalkraft $N_{cr(ack)}$ bei einer Zugbeanspruchung oder das Rissmoment M_{cr} bei einer Biegebeanspruchung sind charakteristische Parameter beim Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen. Diese Risschnittgrößen ergeben sich, wenn die Zugspannungen im Zustand I gerade die Zugfestigkeit des Betons erreichen:

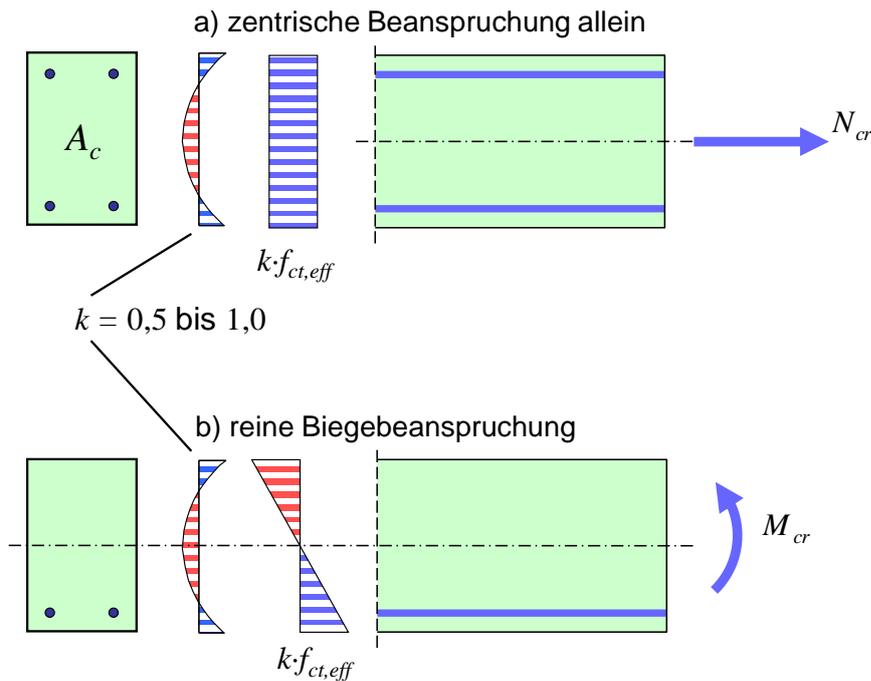


Bild 11-4 Risschnittgrößen für Normalkraft oder Biegung allein

bei reiner zentrischer Beanspruchung ergibt sich aus dem Gleichgewicht die Rissnormalkraft:

$$N_{cr} = k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c \quad (11-1)$$

bei reiner Biegebeanspruchung ergibt sich entsprechend das Rissmoment:

$$M_{cr} = k \cdot f_{ct,eff} \cdot W_c \quad (11-2)$$

dabei sind:

- $f_{ct,eff}$ zum Beanspruchungszeitpunkt maßgebende Zugfestigkeit des Betons, siehe Abschnitt 11.1.3
- k Abminderungsfaktor für die Zugfestigkeit des Beton infolge möglicher Eigenspannungen, siehe Abschnitt 11.2.3
- A_c, W_c Querschnittswerte des Betons vor der Rissbildung

Bei einer Kombination aus Biegung und Normalkraft können die Risschnittgrößen nicht ohne Kenntnis der Belastungsreihenfolge ermittelt werden (Bild 11-5). Alle möglichen Kombinationen aus M_{cr} und N_{cr} liegen auf einer Geraden. Wenn die Belastungsreihenfolge nicht eindeutig festliegt, muss wie immer in solchen Fällen eine Abschätzung auf der sicheren Seite erfolgen.

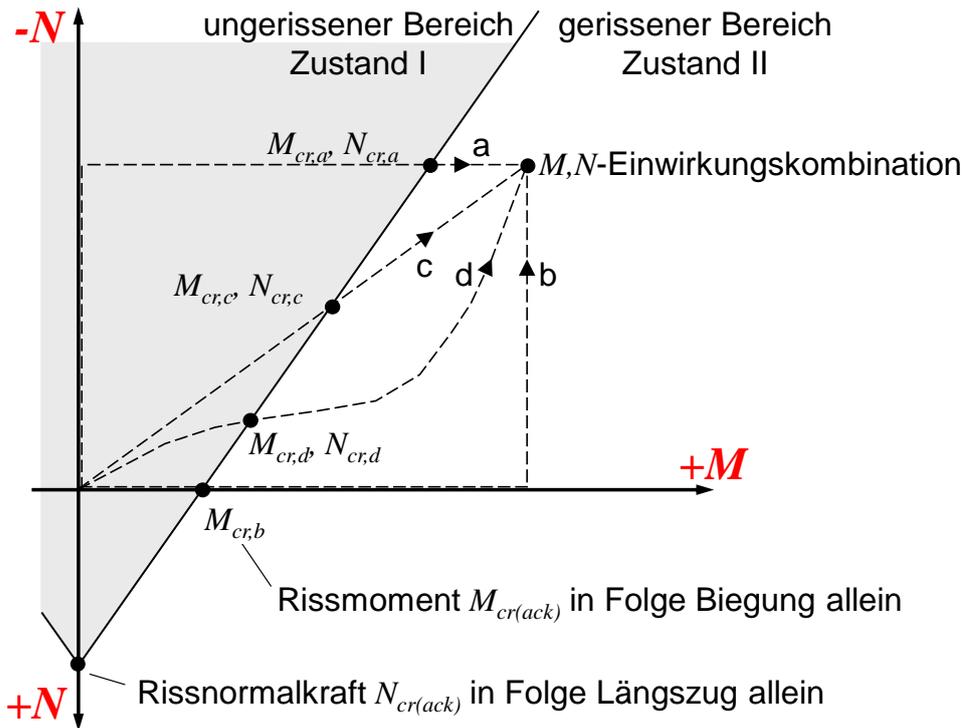


Bild 11-5 Risschnittgrößen bei einer Kombination aus Biegung und Normalkraft
 Lastpfad a: zunächst zentrische Beanspruchung, anschließend steigende Biegebeanspruchung
 Lastpfad b: zunächst Biegebeanspruchung, anschließend steigende zentrische Beanspruchung
 Lastpfad c: gleichmäßiges Anwachsen von zentrischer Beanspruchung und Biegebeanspruchung
 Lastpfad d: beliebige Steigerung von zentrischer Beanspruchung und Biegebeanspruchung

11.1.3 Ermittlung der Betonzugfestigkeit

Tabelle 11-1 28-Tage-Betonzugfestigkeiten für Normalbeton (siehe EC2, Tab. 3.1 + NA)

Festigkeitsklasse C für Normalbeton [MN/m ²]															
f _{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
f _{ck,cube}	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	115
f _{cm}	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	108
f _{ctm}	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2
f _{ctk;0,05}	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	3,7
f _{ctk;0,95}	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	6,8
$f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$ $f_{ctk;0,95} = 1,3 \cdot f_{ctm}$															

Die Betonzugfestigkeit wird durch viele Parameter beeinflusst und ist starken Streuungen unterworfen. Wenn sie rechnerisch in Ansatz gebracht wird, muss der maßgebende Rechenwert sinnvoll festgelegt werden. In EC2, Tab. 3.1 wird ein Mittelwert $f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)}$ (bis C50/60), ein oberer Fraktilwert $f_{ctk;0,95} = 1,3 \cdot f_{ctm}$ sowie ein unterer Fraktilwert $f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$ angegeben. Bei der Streuung ist zu unterscheiden:

- die Streuung von Bauteil A im Bauwerk X zu Bauteil B im Bauwerk Y bei Herstellung aus unterschiedlichen Betonen der gleichen Festigkeitsklasse
- die Streuung innerhalb eines Bauteils bei Herstellung aus einer Betonmischung

Für die Arbeitslinie (Kraft-Dehnungs-Linie) eines Betonzugstabes könnte bei verschiedenen Bauteilen in Abhängigkeit von f_{ctm} die Rissbildungsphase auf unterschiedlichem Kraftniveau liegen (Bild 11-6 a und b), jedoch ist ein steiler Anstieg in der Rissbildungsphase nach Bild 11-6 c mit Beginn der Rissbildung bei $0,7 \cdot f_{ctm}$ und Abschluss bei $1,3 \cdot f_{ctm}$ sehr unwahrscheinlich.

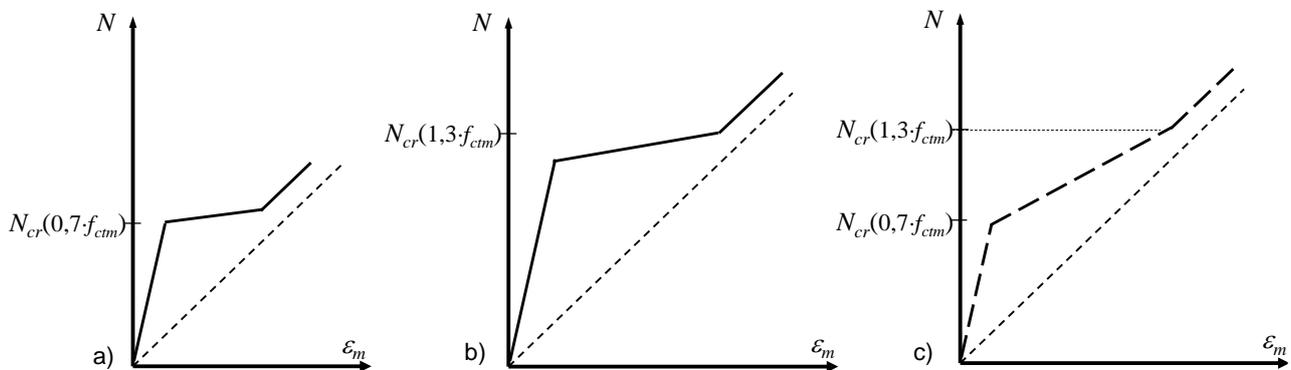


Bild 11-6 Einfluss der Streuung der Betonzugfestigkeit bei gleicher Betonfestigkeitsklasse
 a) Arbeitslinie eines Bauteils A im Bauwerk X bei geringer Zugfestigkeit des Betons
 b) Arbeitslinie eines Bauteils B im Bauwerk Y bei hoher Zugfestigkeit des Betons
 c) sehr unwahrscheinlicher Anstieg der Arbeitslinie in der Rissbildungsphase innerhalb eines Bauteils

Der jeweils anzusetzende Wert der Betonzugfestigkeit ist in Abhängigkeit vom jeweiligen Nachweis auf der sicheren Seite liegend zu wählen; darauf wird später noch eingegangen. In vielen Fällen ist es sinnvoll, den Mittelwert für die Betonzugfestigkeit anzusetzen.

Die Betonzugfestigkeit hängt auch entscheidend vom Alter des Betons ab. Ebenso wie bei der Druckfestigkeit gibt es eine zeitabhängige Festigkeitsentwicklung, insbesondere in den ersten 28 Tagen. Eine erste Zugbeanspruchung infolge Zwang (s. Abschnitt 11.2.2 entsteht häufig bei Abkühlung infolge abfließender Hydratationswärme schon nach 3–5 Tagen, wo die Festigkeit erst etwa 50% der 28-Tage-Festigkeitswerte erreicht. Daher ist bei der Berechnung der Risschnittgrößen immer die zum Zeitpunkt der Rissbildung wirksame (effektive) Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff}$ zu berücksichtigen.

$f_{ct,eff}$ ist die wirksame Zugfestigkeit des Betons zum betrachteten Zeitpunkt. Es ist in der Regel der Mittelwert der Zugfestigkeit f_{ctm} nach Tabelle 11-1 von derjenigen Festigkeitsklasse zu verwenden, die zum Zeitpunkt der Rissbildung zu erwarten ist.

In einigen Fällen sind zum Zeitpunkt der Rissbildung zusätzliche Eigenspannungen über die Querschnittshöhe wirksam. Sie resultieren aus nichtlinear über die Querschnittshöhe verteilten Dehnungen, wie sie z.B. bei Temperatur- oder Schwindbeanspruchungen entstehen (s. hierzu Abschnitt 11.2.3).

11.2 Bemessungswerte der Beanspruchungen

Für die Bemessungswerte der Beanspruchung im GZG wird auf Abschnitt 3.5 verwiesen. Bei der Beanspruchung sind Lastbeanspruchungen und Zwangbeanspruchungen zu unterscheiden.

Bemessungssituationen im GZG

Seltene Kombination:

$$E_{d,rare} = E \left(\sum G_k \oplus P_k \oplus Q_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1; i \neq j} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right)$$

Häufige Kombination:

$$E_{d,freq} = E \left(\sum G_k \oplus P_k \oplus \psi_{1,j} \cdot Q_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1; i \neq j} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right)$$

Quasi- ständige Kombination:

$$E_{d,perm} = E \left(\sum G_k \oplus P_k \oplus \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right)$$

11.2.1 Beanspruchungen aus Last

Beanspruchungen aus Last werden mit den üblichen Methoden der Schnittgrößenermittlung für die maßgebende Einwirkungskombination berechnet, bei statisch unbestimmten Systemen kann in vielen Fällen näherungsweise eine linear-elastische Berechnung durchgeführt werden. Sofern der Steifigkeitsverlust infolge der Rissbildung die Schnittgrößenermittlung erheblich beeinflusst, ist eine nicht-lineare Berechnung der Schnittgrößen mit geeigneten EDV-Programmen erforderlich. Dies ist ebenso bei einer Kombination von Last und Zwang sinnvoll, sofern eine einfache Abschätzung nicht möglich oder nicht ausreichend wirtschaftlich ist.

11.2.2 Beanspruchungen aus Zwang

Zwangbeanspruchungen entstehen in statisch unbestimmten Systemen, wenn eingeprägte Verformungen oder Verzerrungen sich nicht frei einstellen können, sondern durch die statisch unbestimmte Lagerung behindert werden. Auch Relativverformungen innerhalb eines Systems können durch gegenseitige Behinderungen einzelner Bauteilabschnitte Zwangbeanspruchungen erzeugen. Die in einem Bauteil entstehenden Zwangbeanspruchungen entsprechen den üblichen Schnittgrößen M , N , V usw. In der Regel entstehen zentrische Zwangbeanspruchungen (N) und/oder Biegezwangbeanspruchungen (M). Diese erreichen schnell die Betonzugfestigkeit und führen häufig zur Rissbildung. Auswirkungen der Druck- bzw. Biegedruckbeanspruchungen können in fast allen Fällen vernachlässigt werden und werden deshalb hier nicht weiter betrachtet.

Zwangsschnittgrößen sind Reaktionen eines Bauteils infolge einer Zwangeinwirkung und damit eher dem Bauteilwiderstand als der Beanspruchung zuzuordnen. Die Zwangsschnittgrößen werden aber üblicherweise trotzdem als Beanspruchung aufgefasst. (Anmerkung: auch bei statisch unbestimmten Systemen ist die Grenze zwischen Beanspruchung (Schnittgrößen) und Bauteilwiderstand nicht so deutlich festzulegen wie es uns üblicherweise erscheint).

Im folgenden Abschnitt werden einige übliche Beispiele von Zwangbeanspruchungen zusammengestellt und erläutert, im Abschnitt 11.4.3.2 wird das Beanspruchungsniveau und die erforderliche Bewehrung (Mindestbewehrung) bestimmt.

11.2.2.1 Beispiele für Zwangbeanspruchungen

Stahlbetonwände

Sehr häufig kommt es bei langen, fugenlosen Stahlbetonwänden zu einem typischen Rissbild mit nahezu vertikalen Rissen (Bild 11-7).

Die Risse können meist schon direkt nach dem Ausschalen beobachtet werden, sie entstehen offensichtlich ohne äußere Belastung infolge einer Zwangbeanspruchung. Der Zwang, oder besser gesagt, die Behinderung der Verformung entsteht am unteren Rand der Wand. Durch die Hydratation des Zementes erwärmt sich der Beton. Da er in dieser Phase noch plastisch verformbar ist, entsteht keine Behinderung der Wärmeausdehnung. In der folgenden Abkühlungsphase will sich der Beton der Wand in alle Richtungen gleichmäßig verkürzen, wird aber am unteren Rand durch das zuvor betonierte Bauteil (hier Fundament) wegen dessen Dehnsteifigkeit in horizontaler Richtung an dieser Verkürzung behindert. Zu diesem Zeitpunkt hat sich die Festigkeit des Betons der Wand bereits so entwickelt, dass durch die Verformungsbehinderung in horizontaler Richtung Zugspannungen entstehen, die wegen der geringen Bruchdehnung des Betons zur Rissbildung führen. Für die Rissbildung genügt eine Temperaturdifferenz von etwa 10 K. Aus Gleichgewichtsgründen entstehen in dem behindernden Bauteil geringe Druckspannungen.

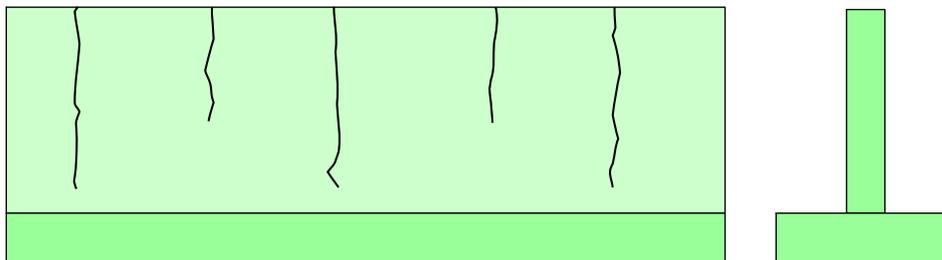


Bild 11-7 Zu beobachtende, typische Rissbildung in einer langen, fugenlosen Wand infolge Zwang aus abfließender Hydratationswärme

Bei langen Wandabschnitten entstehen bis zur Wandkrone durchlaufende Risse, bei zu schwacher Bewehrung in einem gegenseitigen Abstand von der ein- bis zweifachen Wandhöhe. Obwohl die Zugspannungen direkt über der Anschlussfuge am größten sind (siehe Bild 11-8), werden in einem Bereich bis zu ca. 70 cm über der Anschlussfuge kaum Risse beobachtet. Bei genauerem Hinsehen sind jedoch Risse, sogar in größerer Zahl, vorhanden, aber mit sehr viel kleineren Rissbreiten und daher kaum sichtbar. In dieser unteren Wandzone ergibt sich auch bei unbewehrten Wänden diese feine Rissverteilung, da sie durch den Verbund in der rauen Anschlussfuge entsteht. Im darüberliegenden Wandbereich muss eine entsprechend dimensionierte Bewehrung (Mindestbewehrung) für einen engeren Rissabstand und damit feinere Risse sorgen.

Bei kurzen Wänden mit einem Seitenverhältnis $l/h \leq 1$ gehen die Risse nicht bis zur Wandkrone durch (siehe Bild 11-9), da im oberen Wandbereich entsprechend Bild 11-8 nach Zustand I Druckspannungen entstehen. Dieses Verhalten kann durch den größeren Abstand der Wandkrone zu dem behindernden Bauteil erklärt werden. Je höher die Wand ist, um so unbehinderter kann sich die Verkürzung aus der Abkühlung im oberen Wandbereich einstellen. Eine rechnerisch erforderliche Bewehrung ist dann nur im Rissbildungsbereich (Bereich des Zwanges) vorzusehen.

Zwang in Folge Abkühlung einer Scheibe mit Halterung am unteren Rand:



Spannungsverteilung nach Zustand I:

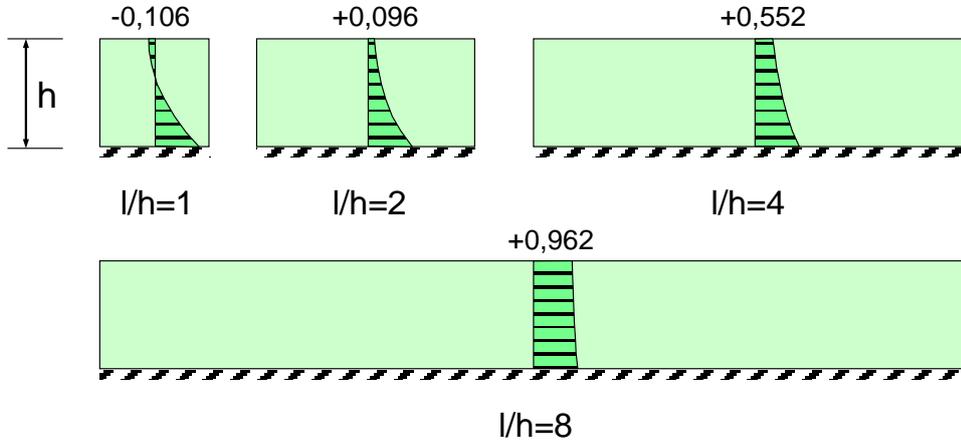


Bild 11-8 Horizontale Zugspannungen nach Elastizitätstheorie in einer am unteren Rand verformungsbehinderten Scheibe für verschiedene Seitenverhältnisse nach *Schleeh* [15]

Durch anschließendes Schwinden können sich die Rissbreiten bei Wänden beliebiger Länge geringfügig verstärken. Wenn das zuerst betonierte Bauteil etwa in gleichem Maße und gleicher zeitlicher Entwicklung schwindet wie das zuletzt betonierte Bauteil, ergibt sich keine Behinderung und damit auch keine weitere Zwangbeanspruchung. Sofern Decken oder weitere Wandabschnitte ergänzt werden, wirkt sich das auf den betrachteten Wandabschnitt günstig aus, da dieser durch die anschließenden Bauteile (Decken und/oder Wandabschnitte) aus Gleichgewichtsgründen Druckspannungen erhält (vorgespannt wird) und damit die Schwindbeanspruchung kompensiert wird.

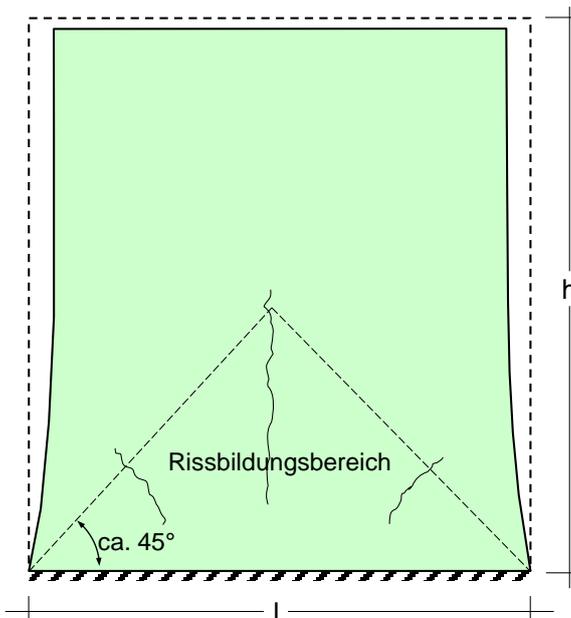


Bild 11-9 Rissbildung in einer kurzen Wand infolge abfließender Hydratationswärme und Schwinden

Die Stelle der Verformungsbehinderung muss nicht immer am Wandfuß liegen. Bei der Wand eines Klärbeckens z. B. kann bei sehr niedrigen Lufttemperaturen die Ebene der Behinderung etwa in Höhe

des Wasserspiegels liegen. Zugspannungen und Risse treten dann nur oberhalb des Wasserspiegels auf (Bild 11-10).

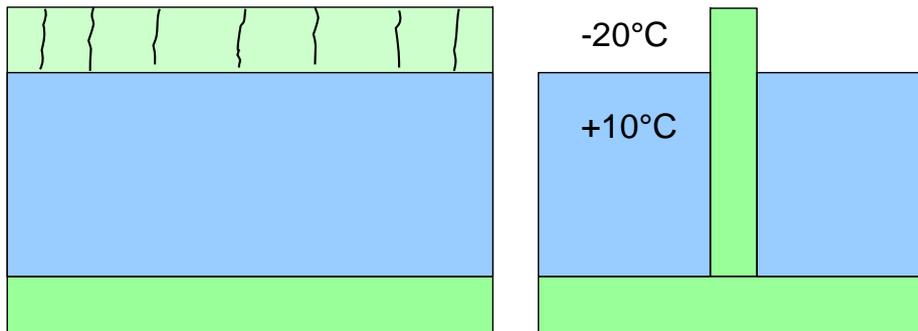
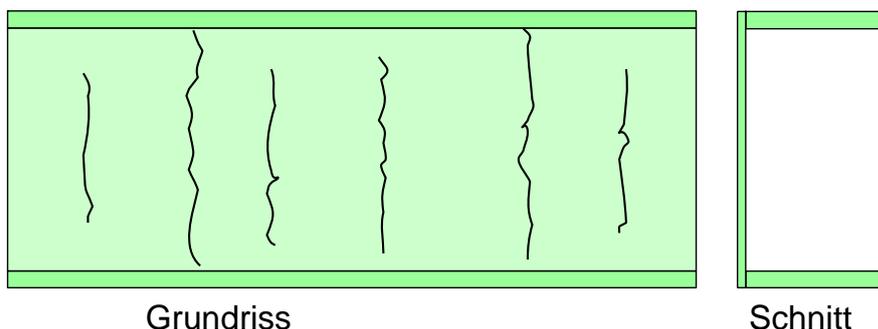


Bild 11-10 Rissbildung in der Wand eines Klärbeckens infolge Temperaturzwang

Stahlbetondecken

In Decken können Risse entstehen, wenn sie an zuvor betonierten Wänden anschließen. Die Wände wirken dann verformungsbehindernd. Der Zwang entsteht auch hier häufig infolge abfließender Hydrationswärme in jungem Betonalter. Aber auch Schwinden kann in einem Betonalter nach 28 Tagen als Zwangbeanspruchung maßgebend werden, wenn die Wände nicht in gleichem Maße wie die Decken schwinden, z.B. bei deutlich unterschiedlichen Bauteildicken oder bei Kelleraußenwänden, die ständig mit feuchtem Erdreich oder anstehendem Grundwasser in Kontakt sind.



Grundriss

Schnitt

Bild 11-11 Rissbildung in einer in Längsrichtung verformungsbehinderten Decke

Der Rissmechanismus ist dem der langen Wand sehr ähnlich. Stellt man sich die Decke in Bild 11-11 in Deckenmitte halbiert vor, hat man genau das System der langen Wand, das bereits im vorangegangenen Abschnitt erläutert wurde.

Bodenplatte mit Betonierabschnitten

Bodenplatten können unter günstigen Bedingungen rissfrei bleiben. Günstige Bedingungen liegen vor, wenn die Abmessungen ein bestimmtes Maß nicht überschreiten, die Verformungsbehinderung aus dem Boden und der Sauberkeitsschicht gering ist und eine günstige Betonrezeptur vorliegt. Auch bei rechnerisch rissfreien Bodenplatten treten Zwangbeanspruchungen auf, die aber nicht die Risschnittgrößen des Bauteils erreichen. Ein Verzicht auf eine rissverteilende Bewehrung (Mindestbewehrung) wäre fahrlässig, da sich an möglichen Schwachstellen (Stellen mit örtlich geringer Betonzugfestigkeit) unzulässig breite Risse bilden könnten. Die rissverteilende Bewehrung kann in diesem Fall aber für eine angenommene Schwachstelle im Beton deutlich reduziert bemessen werden. Eine solche Bemessung wird als Schwachstellenbemessung bezeichnet. Auf sie wird in Abschnitt 11.2.2.4 näher eingegangen.

Im Bereich einer Arbeitsfuge ist auf jeden Fall in dem jüngeren Betonierabschnitt mit einer Rissbildung zu rechnen, da wiederum der vorhergehende Betonierabschnitt eine Verformungsbehinderung für den nächsten Abschnitt darstellt, der sich infolge der Abkühlung nach der Hydratation verkürzen möchte. Entsprechend dem Seitenverhältnis des jüngeren Abschnittes ergibt sich unter Umständen nur in Teilbereichen eine Rissbildung (vgl. Bild 11-8 und Bild 11-9).

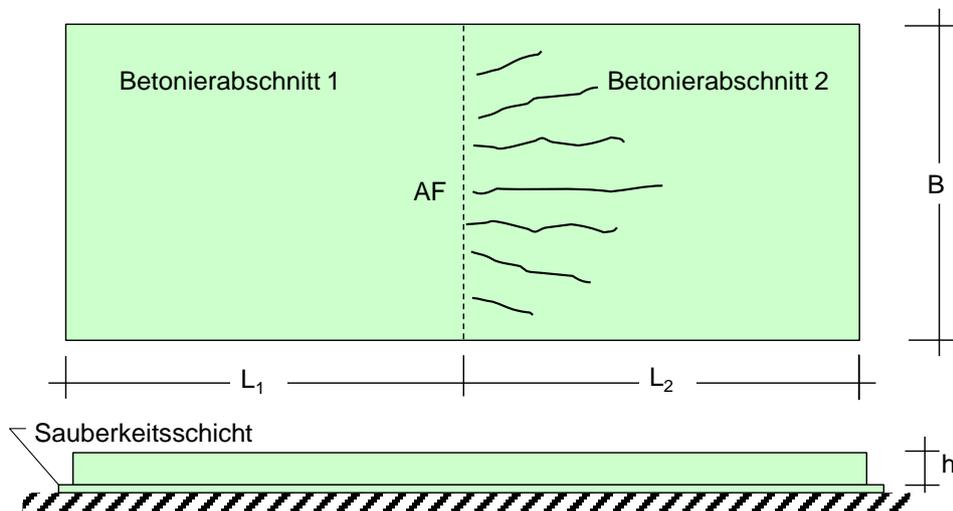


Bild 11-12 Rissbild einer Bodenplatte bei Herstellung in zwei Betonierabschnitten

Decken eines Hochbaus

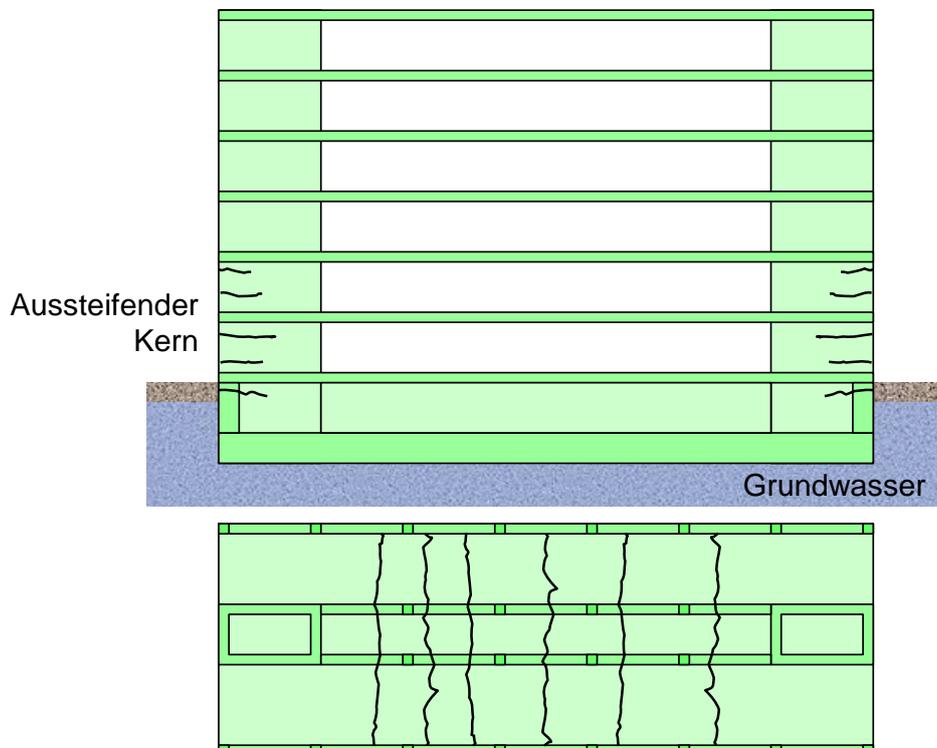


Bild 11-13 Risse in Decken und Kernen infolge einer Schwindbehinderung der Decken bei einem Hochbau

In Bild 11-13 ist ein Hochbau dargestellt, dessen Keller als weiße Wanne im Grundwasser steht. Die aussteifenden Kerne sind jeweils stirnseitig angeordnet. Die Decken werden wegen der trockenen Umgebungsbedingungen im Bauwerksinneren ein erhebliches Schwindmaß erreichen, Bodenplatte und Kelleraußenwände hingegen werden kaum schwinden. Die steifen Kerne widersetzen sich der

Verkürzung der Decken, so dass diese eine zentrische Zwangbeanspruchung erfahren. Wird bei der hier in Gebäudequerrichtung gespannten Decke nur die 20%-ige Querbewehrung vorgesehen, werden sich Risse mit deutlich unzulässiger Rissbreite ($> 0,4 \text{ mm}$) ergeben.

Die Zwangbeanspruchung ist in der Decke über dem Untergeschoss am größten, sie nimmt für die darüber liegenden Decken jeweils leicht ab, da durch die Biegeverformung der Kerne eine gewisse Entspannung eintritt. Eine Mindestbewehrung der Decken muss für die Zwangbeanspruchung dimensioniert werden, um ein Fließen der Bewehrung in den Rissen mit Sicherheit zu vermeiden. Auf Grund der erheblichen Zwangkräfte in den Decken erhalten die Kerne große Zwangbiegemomente, die unter Umständen auch zur Rissbildung in den Kernen führen können.

Gebäude sollten im Gegensatz zum vorliegenden Beispiel möglichst zwangarm konstruiert werden. Zum Beispiel wäre es günstiger, nur einen Kern etwa in Gebäudemitte vorzusehen (für die Aussteifung könnte noch eine Giebelwand herangezogen werden) und/oder die Spannrichtung von Decken und Unterzügen zu vertauschen. Auch Flachdecken mit im Gebäudeinneren angeordneten Kernen eignen sich gut für fugenlose Konstruktionen, da die Stützen nur einen geringen Verformungswiderstand aufweisen.

11.2.2.2 Zwangsschnittgrößen und Mindestbewehrung bei üblicher Zwangbeanspruchung

Infolge von Zwangbeanspruchungen lässt sich in vielen Fällen eine Rissbildung nicht verhindern (vgl. Beispiele im Abschnitt 11.2.2.1), sie muss aber durch Bewehrung so gesteuert werden, dass nicht wenige, unkontrolliert breite Risse durch das Fließen (Überschreiten der Streckgrenze) der Bewehrung entstehen. Die Bewehrung muss in der Lage sein, die Zwangverformung auf mehrere Risse zu verteilen. Dies ist nur möglich, wenn sie nach der Rissbildung nicht ins Fließen gerät, sie kann dann beim Anwachsen der Verformung weitere Risse erzeugen und damit die einwirkende Gesamtverformung auf mehrere Risse verteilen. Bei üblichen Zwangeinwirkungen wird das Ende der Rissbildungsphase nicht erreicht. Dies ist durch die große Verformungskapazität in der Rissbildungsphase begründet, wie sie aus der idealisierten Arbeitslinie des Zugstabes (siehe Bild 11-14) oder eines Biegebauteils (vgl. Bild 11-2 erkennbar ist. Daher werden bei üblicher Zwangeinwirkung die Risschnittgrößen nicht überschritten.

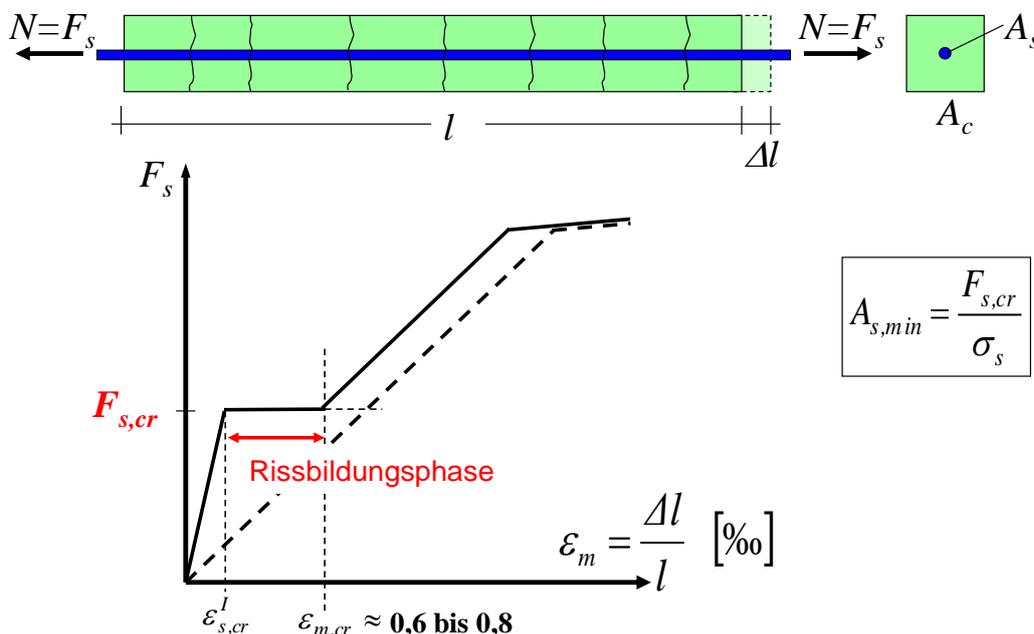


Bild 11-14 Idealisierte Arbeitslinie eines Zugstabes

Aus der Stahlkraft kann dann die Mindestbewehrung berechnet werden:

$$A_{s,min} = \frac{F_{s,cr}}{\sigma_s} \quad \text{mit } \sigma_s \leq f_{yk} \quad (11-3)$$

Bei einem gleichzeitigen Nachweis der Rissbreite nach Abschnitt 11.6.1 ist die Ermittlung der Mindestbewehrung nach Gleichung (11-3) automatisch enthalten.

Die maßgebende Stahlkraft $F_{s,cr}$ ist für übliche Zwangbeanspruchungen gemäß Abschnitt 11.3 aus den Risschnittgrößen N_{cr} , M_{cr} oder häufig direkt nach Abschnitt 11.3.3 zu bestimmen, wobei der Mittelwert der Betonzugfestigkeit f_{ctm} unter Berücksichtigung des Betonalters (vgl. Abschnitt 11.1.3 sowie nachfolgende Hinweise) verwendet werden darf.

Bei der Ermittlung der Mindestbewehrung für eine Zwangbeanspruchung darf eine nicht zu geringe Betonzugfestigkeit in der Berechnung der Risschnittgrößen angesetzt werden, da die Mindestbewehrung mit steigender Betonzugfestigkeit zunimmt. Häufig ist bei Betonen der unteren Festigkeitsklassen die tatsächlich im Bauwerk vorhandene Festigkeit größer als sie der Nennfestigkeit des bestellten Betons entspricht, was im Allgemeinen günstig ist, nicht aber für die Mindestbewehrungsmenge. Daher sollte bei der Ermittlung der Mindestbewehrung auch ein Mindestwert der Betonzugfestigkeit rechnerisch angenommen werden. Für Zwang nach 28 Tagen ist als **Mindestwert** für die Zugfestigkeit $f_{ctm} = 3,0 \text{ N/mm}^2$ bei Normalbeton. Ohne Berücksichtigung eines Mindestwertes für die Betonzugfestigkeit kann die Mindestbewehrung unzureichend dimensioniert sein.

Für Zwang infolge abfließender Hydratationswärme dürfen geringere Festigkeiten als die der 28-Tage-Festigkeit angenommen werden. Falls diese Annahme getroffen wird, ist dies durch Hinweis in der Baubeschreibung und auf den Ausführungsplänen dem Bauausführenden rechtzeitig mitzuteilen, damit bei der Festlegung des Betons eine entsprechende Anforderung aufgenommen werden kann.

Der DBV (Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein) und inzwischen auch der EC2 (vgl. dort NA zu Abschnitt 7.3.2(2)) schlagen nachfolgende Formulierung für Ausführungsunterlagen und Ausschreibungen vor nach [24]:

„Wenn der Abschluss der Rissbildung mit Sicherheit innerhalb der ersten 28 Tage festgelegt werden kann, darf ein niedrigerer Wert mit $f_{ctm}(t)$ angesetzt werden. Falls ein niedrigerer Wert $f_{ctm}(t)$ angesetzt wird, ist dieser durch Hinweis in der Baubeschreibung, der Ausschreibung und auf den Ausführungsunterlagen dem Bauausführenden rechtzeitig mitzuteilen, damit dies bei der Festlegung des Betons berücksichtigt werden kann.“

Weiter nach [25]:

„Was soll der Tragwerksplaner aber nun annehmen? Wenn die Festlegung der Rissbildung nur infolge „frühen Zwangs“ nach sorgfältiger Abwägung beibehalten wird und (noch) keine genaueren Angaben über die Festigkeitsentwicklung des Betons vorliegen, sollte vom Tragwerksplaner ein heutzutage üblicher Beton mit mittlerer Festigkeitsentwicklung (statt langsamer oder sehr langsamer) angenommen werden. Berücksichtigt man noch die gegenüber der Druckfestigkeit schnellere frühe Zugfestigkeitsentwicklung, können als rechnerische Anhaltswerte für die frühe Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff} = f_{ctm}(t)$

– nach 3 Tagen ca. $f_{ct,eff} = 0,65f_{ctm}$,

– nach 5 Tagen ca. $f_{ct,eff} = 0,75f_{ctm}$ und

– nach 7 Tagen ca. $f_{ct,eff} = 0,85f_{ctm}$

für „übliche“ Betone mit mittlerer Festigkeitsentwicklung empfohlen werden. Dabei ist f_{ctm} der 28-Tage-Normwert der Zugfestigkeit. Ähnliche Empfehlungen wurden schon

in den Erläuterungen zur WU-Richtlinie gegeben. Je dicker die Bauteile, umso länger dauert das Abfließen der Hydratationswärme (vereinfacht: Bauteildicke $h \leq 0,30$ m etwa 3 Tage und $h > 0,80$ m etwa 7 Tage und länger). Außen- und Frischbetontemperaturen sowie die Verweildauer in der Schalung beeinflussen den Hydratations- und Erhärtungsverlauf ebenfalls.“

Die Stahlspannungen infolge der Zwangbeanspruchung dürfen die charakteristische Streckgrenze des Betonstahls nicht überschreiten, dies ist eine notwendige Voraussetzung für die kontrollierte Rissbildung. Hinreichend kleine Risse entstehen aber erst dann, wenn sie zusätzlich nach Abschnitt 11.6 durch weitergehende Nachweise in ihrer Breite beschränkt werden. Die so ausgelegte Bewehrung wird Mindestbewehrung für eine Zwangbeanspruchung genannt.

Die Mindestbewehrung nach EC2, 7.3.2 ist nur bei einer Zwangbeanspruchung notwendig und dient der Vermeidung des Fließens der Bewehrung und den damit verbundenen, unkontrollierten Rissbreiten; bei ausschließlicher Lastbeanspruchung braucht sie im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht vorgesehen zu werden. Bei überwiegend auf Biegung beanspruchten Bauteilen infolge von Lasteinwirkungen ist jedoch nach Abschnitt 9.2.1.1 des EC2 im GZT eine Mindestbewehrung (besser: Robustheitsbewehrung) zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens vorzusehen. Beide Mindestbewehrungen dürfen nicht miteinander verwechselt werden.

Die Verformungskapazität (mögliche Verformung) am Ende der Rissbildungsphase eines infolge einer Zwangbeanspruchung gerissenen Bauteils oder Bauteilabschnitts kann für einen Vergleich mit der einwirkenden Zwangverformung folgendermaßen berechnet werden:

$$L \cdot \varepsilon_{m,cr} = L \cdot \left[\varepsilon_{s,cr}^{II} - \beta_{mt} \cdot (\varepsilon_{s,cr}^{II} - \varepsilon_{s,cr}^I) \right] \leq L \cdot \varepsilon_{zwang} \quad (11-4)$$

mit

L Länge des Bauteils oder Bauteilabschnitts

$\varepsilon_{m,cr}$ mittlere Bauteildehnung am Ende der Rissbildungsphase entsprechend Bild 11-14

β_{mt} Beiwert zur Abschätzung der mittleren Dehnung (s. Heft 525, DAfStb)
= 0,4 bei kurzzeitiger Beanspruchung
= 0,25 bei langandauernder oder häufig wiederholter Beanspruchung

$\varepsilon_{s,cr}^{II}$ Dehnung des Stahls im Riss unter Wirkung der Risschnittgrößen

$\varepsilon_{s,cr}^I$ Dehnung des Stahls in Bereichen des Zustandes I unter Wirkung der Risschnittgrößen

Die berechnete Verformung $L \cdot \varepsilon_{m,cr}$ kann nun der einwirkenden Verformung, z.B. infolge Temperatur oder Schwinden, gegenübergestellt werden. In vielen üblichen Fällen ist die Verformungskapazität infolge der Erstrissbildung für die Zwangseinwirkung ausreichend groß und wird daher nicht explizit nachgewiesen.

11.2.2.3 Zwangsschnittgrößen und Mindestbewehrung bei Querschnittseinschnürungen

Nicht ausreichend ist die Verformungskapazität meist bei Bauteilen mit Querschnittseinschnürungen bzw. -schwächungen, wie zum Beispiel in Bild 11-15 dargestellt. In diesen oder ähnlichen Fällen ergibt sich die Zwangverformung infolge von Schwinden, Abkühlung etc. aus der gesamten Bauteillänge $L_{ges} \cdot \varepsilon_{zwang}$. Diese Verformung führt zu Rissen innerhalb der Querschnittseinschnürung mit der Länge L , deren aufsummierte Rissbreiten der Gesamtverformung entsprechen müssen. Hierfür reicht meist die Verformungskapazität der Rissbildungsphase nicht aus. Das Bauteil geht dann im Bereich der Querschnittseinschnürung in die Phase der abgeschlossenen Rissbildung mit entsprechend größerer Stahlkraft im Riss über (siehe Bild 11-14).

$$L \cdot \left[\varepsilon_s^{\text{II}} - \beta_{\text{mt}} \cdot (\varepsilon_{s,\text{cr}}^{\text{II}} - \varepsilon_{s,\text{cr}}^{\text{I}}) \right] \geq L_{\text{ges}} \cdot \varepsilon_{\text{Zwang}} \quad (11-5)$$

Bezeichnungen siehe vorhergehender Abschnitt.

Die erforderliche Bewehrung wird größer als die nach Risschnittgrößen festgelegte Mindestbewehrung. In Gleichung (11-5) ist auf der sicheren Seite liegend die Verformungskapazität der im ungerissenen Zustand verbleibenden Bauteilabschnitte nicht in der Berechnung berücksichtigt.

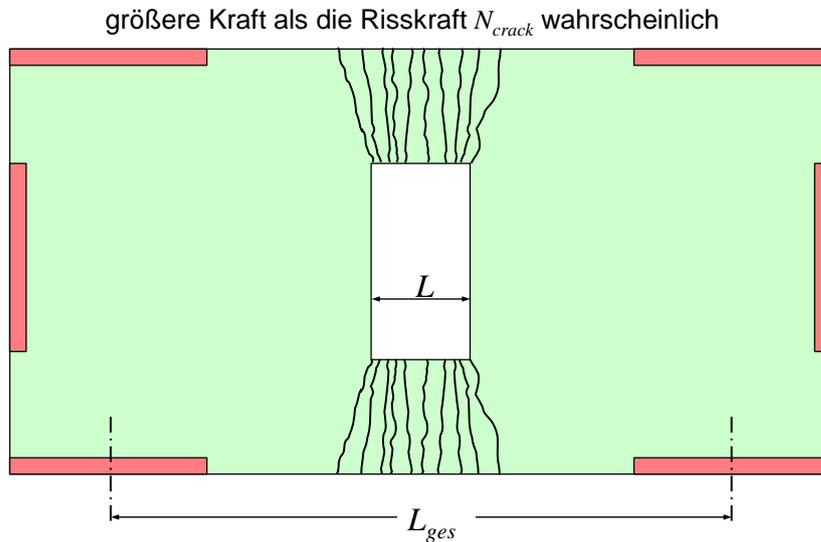


Bild 11-15 Bauteil mit Querschnittschwächung

11.2.2.4 Zwangsschnittgrößen und Mindestbewehrung bei geringer Beanspruchung (Schwachstellenbemessung)

Unter bestimmten Bedingungen, z. B. bei einigen Bodenplatten, erreicht die Zwangsschnittgröße nicht die Risschnittgröße, wie das auch auf einigen Baustellen beobachtet werden kann (vgl. Ausführungen im Abschnitt 11.2.2.1). Da die Betonzugfestigkeit, insbesondere bei unterschiedlichen Verhältnissen bei der Bauausführung, aber eine sehr unzuverlässige Größe ist, muss man immer damit rechnen, dass an einer örtlichen Schwachstelle des Bauteils (Stelle mit örtlich geringer Betonzugfestigkeit) ein unkontrolliert breiter Riss entsteht, sofern man ganz auf eine Bewehrung verzichtet. Die Mindestbewehrung unter Berücksichtigung der vollen Betonzugfestigkeit läge andererseits zwar auf der sicheren Seite, führt aber bei entsprechend großen Flächen zu einem unwirtschaftlichen Bewehrungsbedarf. Die Bemessung der Bewehrung für die Schwachstelle (Schwachstellenbemessung) erfolgt deshalb nicht für die Risschnittgröße, sondern für die tatsächlich auftretende, kleinere Zwangsschnittgröße. Da die Schwachstelle vorab nicht bekannt ist, muss selbstverständlich das gesamte Bauteil entsprechend bewehrt werden.

11.2.3 Einfluss von Eigenspannungen

In einigen Fällen sind zum Zeitpunkt der Rissbildung zusätzliche Eigenspannungen über die Querschnittshöhe wirksam. Sie resultieren aus nichtlinear über die Querschnittshöhe verteilten Dehnungen, wie sie z.B. bei Temperatur- oder Schwindbeanspruchungen entstehen (Bild 11-16). Oberflächennahe Bauteilbereiche kühlen schneller ab bzw. schwinden schneller. Die sich schneller verkürzenden, äußeren Bauteilschichten werden durch den sich langsam verkürzenden Bauteilkern an der Verkürzung behindert und es entstehen außen Zugspannungen und aus Gleichgewichtsgründen im

Bauteilinneren Druckspannungen. Diese so über den Querschnitt verlaufenden Spannungen, die zu keinen resultierenden Schnittgrößen führen, nennt man Eigenspannungen.

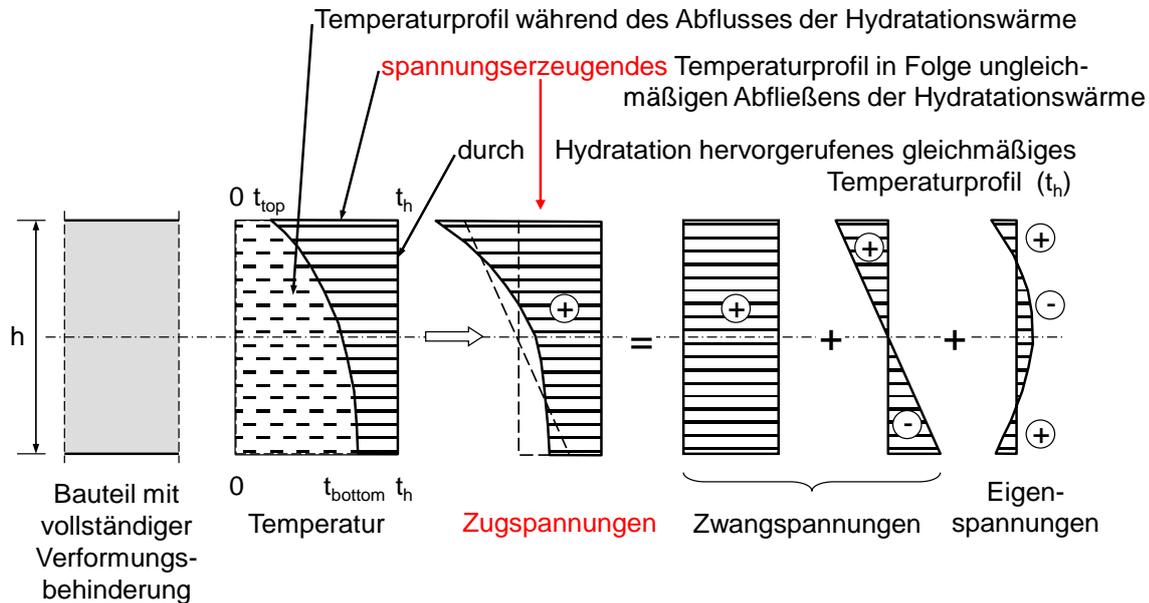


Bild 11-16 Entstehung von Zwang- und Eigenspannungen bei behinderter Verformung einer Platte (nach Springenschmidt [14]), Eigenspannungen können auch allein, z.B. bei nicht behinderter Verformung, auftreten

Wenn sich die infolge von Eigenspannungen außen wirkende Zugspannungen und die Zugspannungen infolge einer Zwangbeanspruchung addieren, wird die Zugfestigkeit am Bauteilrand schneller erreicht und die Rissbildung ergibt sich schon bei geringeren Risschnittgrößen als wenn keine Eigenspannungen wirksam wären (Fall A). Bei dicken Bauteilen können Eigenspannungen allein – also ohne eine Zwangbeanspruchung – so große Zugspannungen erreichen, dass sich im oberflächennahen Bereich Risse bilden. Folgt anschließend eine Zwangbeanspruchung, fallen die Risschnittgrößen wegen der Vorschädigung der Randzonen deutlich geringer aus (Fall B). In beiden Fällen vermindern sich die Risschnittgrößen infolge der vorhandenen Eigenspannungen. In EC2, Abschnitt 7.3.2(2) wird daher ein Abminderungsfaktor k für die scheinbar geringere Betonzugfestigkeit eingeführt, der sich insbesondere auf die Mindestbewehrungsmenge infolge einer Zwangbeanspruchung günstig auswirkt.

- k Der Beiwert k berücksichtigt die günstige Wirkung möglicher Eigenspannungen (nicht-linear über den Querschnitt verteilte Spannungen) oder ähnlicher „Vorschädigungen“. Nachfolgende Werte dürfen angenommen werden:
- bei Zwang, wenn dieser im Bauteil selbst hervorgerufen wird (z.B. infolge Abfließens der Hydratationswärme bzw. Schwinden):
 - $k = 0,8$ für Bauteildicken $h \leq 300 \text{ mm}$
 - $k = 0,5$ für Bauteildicken $h \geq 800 \text{ mm}$
 - (Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden)
 - sonst (z.B. bei Stützensenkungen) und bei Lastbeanspruchung:
 - $k = 1,0$

11.3 Berechnung von Spannungen, Dehnungen und Krümmungen im gerissenen Gebrauchszustand

Bei der Ermittlung von inneren Kräften und/oder Spannungen im Gebrauchszustand ist bei Überschreitung der Betonzugfestigkeit der gerissene Zustand zu betrachten. Für zugbeanspruchte Bauteile können die Stahlkräfte meist leicht aus einfachen Gleichgewichtsbetrachtungen ermittelt werden. Für biegebbeanspruchte Bauteile genügen die Gleichgewichtsbedingungen nicht.

Bild 11-17 zeigt das Rissbild eines Versuchsträgers. Bei einer wirklichkeitsnahen Berechnung muss die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen berücksichtigt werden. Hilfsmittel sind nur für den häufig vorhandenen Normalfall verfügbar (Rechteckquerschnitt ohne/mit Druckbewehrung Plattenbalken ohne Mitwirkung des Betons für Biegung, *Zilch/Zehetmaier* [19], *König/Tue* [5], ggf. auch mit Normalkraft, z.B. *Hochreither* [18]). Bei Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons in der Zugzone sollten Programme genutzt werden. Die grundlegenden Zusammenhänge werden nachfolgend erläutert.

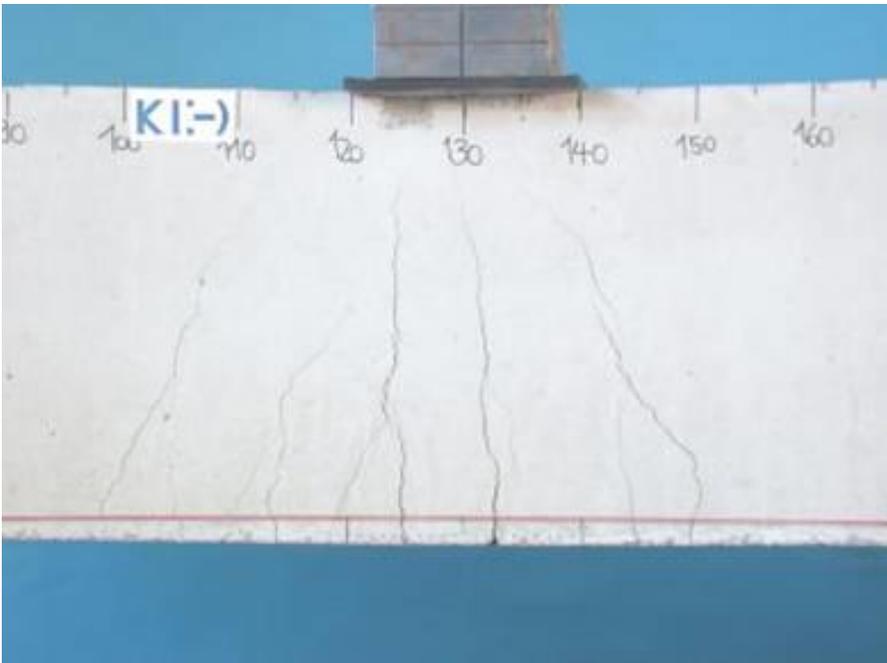
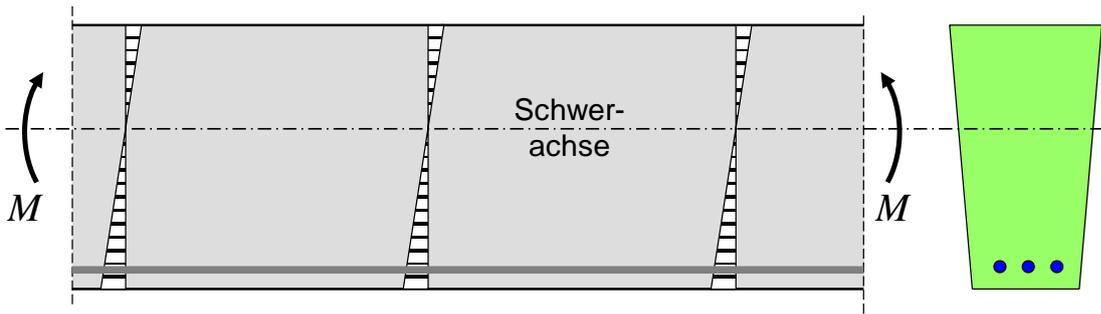


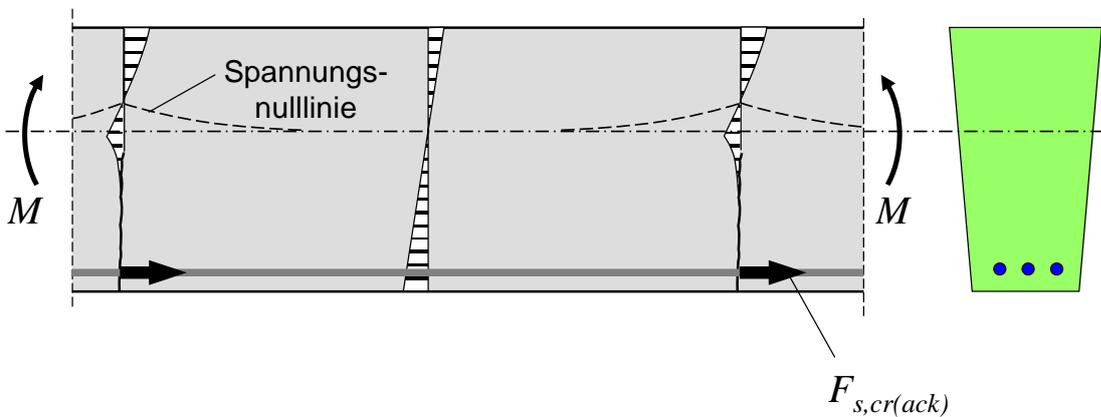
Bild 11-17 Rissbildung in einem Biegebauteil

Bei einem Biegebauteil entstehen in den unterschiedlichen Beanspruchungsphasen die Betonspannungen, wie sie in Bild 11-18 dargestellt sind.

a) $M < M_{crack}$: Betonspannungen im Zustand I



b) $M = M_{crack}$: Betonspannungen im Zustand I / Zustand II



c) $M > M_{crack}$: Betonspannungen im Zustand II

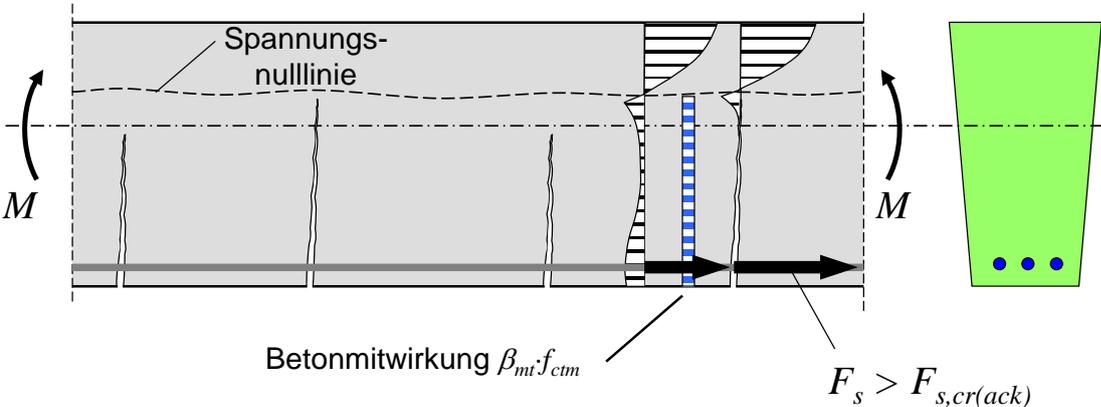
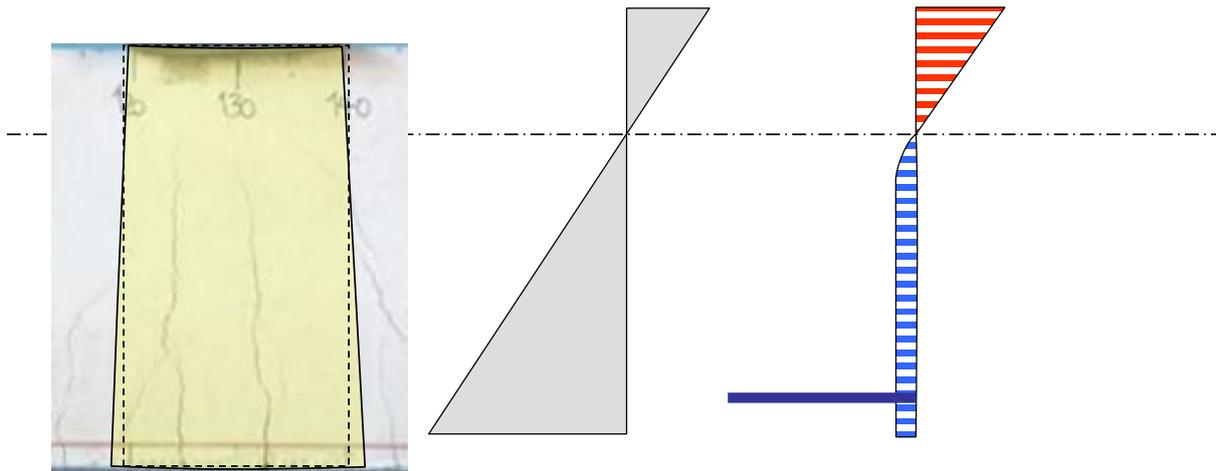


Bild 11-18 Betonspannungen in einem Biegebauteil in den verschiedenen Beanspruchungsphasen

Bei den so unterschiedlichen Betonzugspannungen im Riss und zwischen den Rissen stellt sich die Frage, ob denn die Hypothese von Bernoulli noch gültig ist. Wie in Bild 11-19 dargestellt, gilt sie nur gemittelt über einen Balkenabschnitt, also nicht im Rissquerschnitt oder in einem Querschnitt zwischen den Rissen. In Bild 11-19 und Bild 11-20 ist ein vereinfacht angenommener Verlauf der Betonzugspannungen, gemittelt über einen Balkenabschnitt, gezeigt.



Die Dehnungsverteilung kann in einem Balkenabschnitt **im Mittel** als geradlinig betrachtet werden.

Mit Hilfe der Werkstoffgesetze (σ - ϵ -Bez.) ergeben sich die über den Balkenabschnitt gemittelten Spannungen im Beton und im Stahl

Bild 11-19 Die Hypothese von Bernoulli gilt nur im Mittel für einen Balkenabschnitt

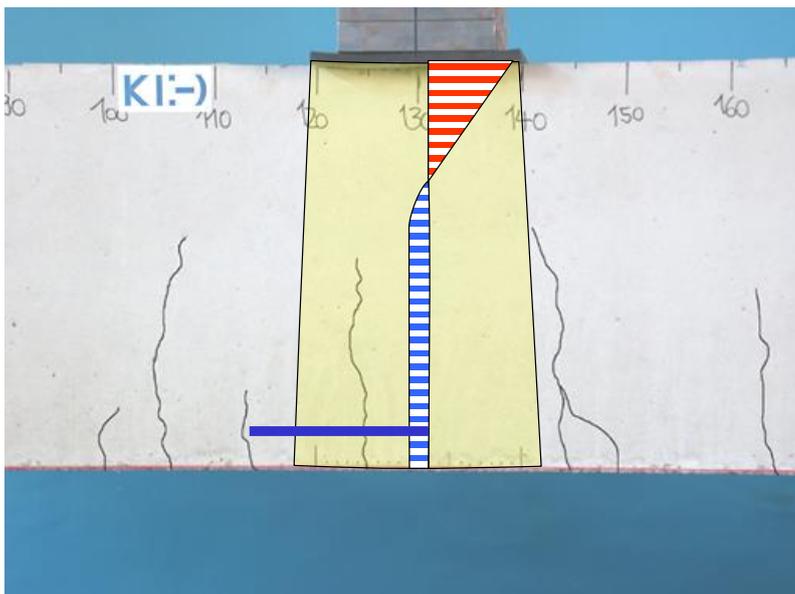


Bild 11-20 Mittlerer Spannungsverlauf in einem Balkenabschnitt, siehe dazu [28]

Diese mittleren Betonzugspannungen stellen die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen dar. Ihre Erfassung kann nur durch iterative Berechnung (siehe *Fischer, Kramp, Prietz, Rösler* [20]) oder mit EDV-Programme berücksichtigt werden. Hierbei ist zu beachten, dass sich die Spannungen im Bauteil durch Kriechen des Betons in der Druckzone und im Verbund zum Stahl umlagern können, so dass in der Regel der maßgebende Zeitpunkt untersucht werden muss.

Bei nicht vorgespannten Bauteilen ergeben sich i. d. R. die größten Stahlspannungen zum Zeitpunkt $t = \infty$, die größten Betondruckspannungen zum Zeitpunkt $t = 0$.

11.3.1 Lösung für Querschnitte mit beliebiger Druckzone unter reiner Biegebeanspruchung ohne Mitwirkung des Betons auf Zug

Wenn die Mitwirkung des Betons vernachlässigt werden kann, ist für $N = 0$ und ohne Vorspannung die Spannungsnulllinie stets die Schwerachse des Querschnitts, also auch des gerissenen ideellen Querschnitts. Diese kann aus dem Gleichsetzen der statischen Momente ober- und unterhalb der gesuchten Schwerachse unter Beachtung der E-Modul-Verhältnisse gefunden werden.

Statisches Moment um eine Achse: Summe aller Produkte aus Teilflächen und Abstand ihres Teilflächenschwerpunktes zur betrachteten Achse.

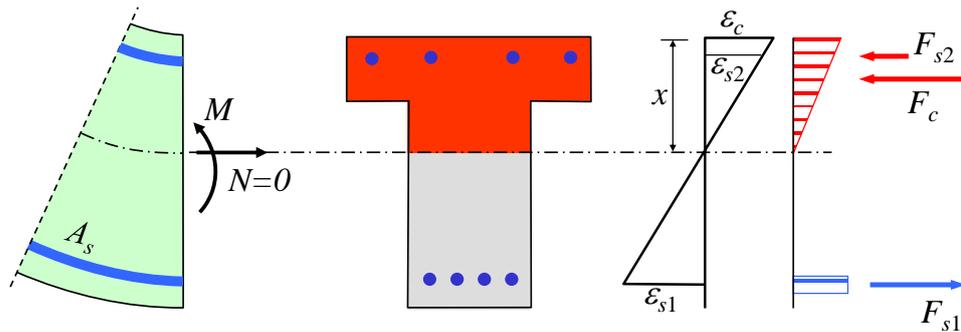
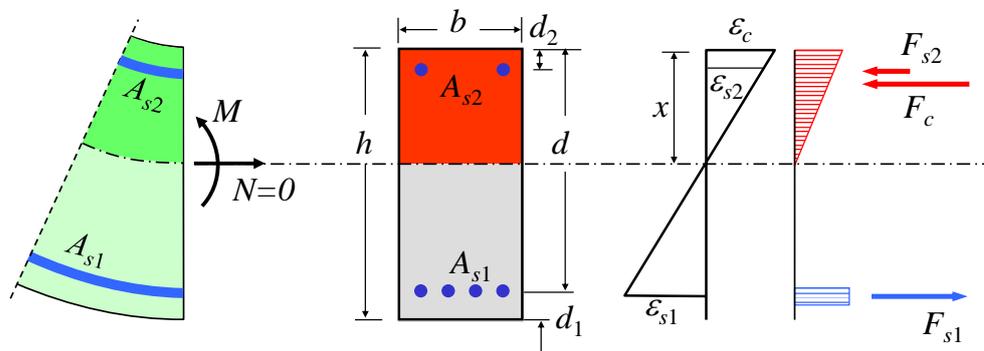


Bild 11-21 Dehnungen, Spannungen und resultierende Kräfte im GZG im gerissenen Zustand

Am Beispiel des Sonderfalls Querschnitt mit rechteckförmiger Druckzone und Biegezug- und Druckbewehrung wird das Vorgehen erläutert:

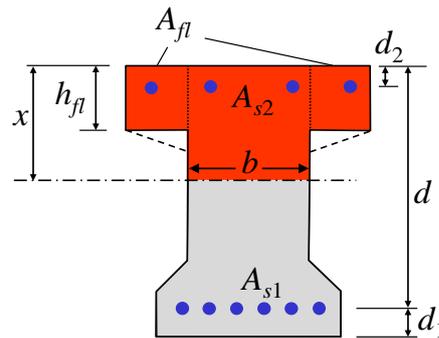


Stat. Mom. oben $b \cdot x \cdot \frac{x}{2} + A_{s2} \cdot \left(\frac{E_s}{E_c} - 1 \right) \cdot (x - d_2)$	Stat. Mom. unten $A_{s1} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot (d - x)$
--	--

Diesem Vorgehen liegt der lineare Dehnungsverlauf entsprechend der Hypothese von Bernoulli zugrunde.

Der Ansatz führt zu einer quadratischen Gleichung. Deren Lösung lautet für den etwas allgemeineren Fall mit den Einschränkungen

- $N = 0$ und ohne Vorspannung
- keine Mitwirkung des Betons auf Zug



$$x = \left(-A + \sqrt{A^2 + 2b \cdot S^*} \right) / b \quad (11-6)$$

mit der Summe der Flächen ohne $x \cdot b$ (Stahlflächen entspr. äquiv.)

$$A = A_{fl} + A_{s1} \cdot E_s / E_c + A_{s2} \cdot (E_s / E_c - 1) + \dots$$

und der Summe der stat. Momente um den äußeren Druckrand ohne $x \cdot b$ (Stahlfl. äquiv.)

$$S^* = A_{fl} \cdot h_{fl} / 2 + A_{s1} \cdot d \cdot E_s / E_c + A_{s2} \cdot d_2 \cdot (E_s / E_c - 1) + \dots$$

Es ist zu überprüfen, ob x in dem Bereich mit konstanter Breite liegt, der vor der Berechnung angenommen wurde. Weiterhin ist zu überprüfen, dass die Bewehrung A_{s1} wie angenommen im gerissenen Bereich und die Bewehrung A_{s2} im überdrückten Bereich liegt.

Es ist erkennbar, dass die Höhe der Druckzone unabhängig von der Größe des Momentes ist. Dies gilt so nur unter den oben genannten Voraussetzungen. Die Druckzonenhöhe ist nur abhängig von den Steifigkeiten und Anordnungen der verwendeten Materialien im Querschnitt.

Zur Berechnung von Spannungen, Dehnungen oder Krümmungen kann das ideale Flächenträgheitsmoment (Eigentragheits- und Steineranteile um die Nulllinie = Schwerachse) unter Beachtung der äquivalenten Flächen für den Stahl bestimmt werden:

$$I_{ci}'' = b \cdot x^3 / 3 + I_{0,fl} + A_{fl} \cdot (x - h_{fl} / 2)^2 + A_{s1} \cdot E_s / E_c \cdot (d - x)^2 + A_{s2} \cdot (E_s / E_c - 1) \cdot (x - d_2)^2 + \dots \quad (11-7)$$

Wenn Kriechauswirkungen z. B. zum Zeitpunkt $t = \infty$, berücksichtigt werden müssen, dann ist E_c zu ersetzen durch $E_{c,eff}$:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_t^*} \quad \text{mit} \quad \varphi_t^* \approx \frac{\varphi_t}{1,05}$$

Es gilt: eine Superposition einzelner Lastfälle ist möglich, da in jedem Lastfall gleiche Querschnittswerte vorhanden sind!

Hinweis: Geschlossene Lösungen für Kombinationen mit einer Normalkraft, einer Vorspannung oder mit der Betonmitwirkung existieren nicht!

Krümmungen, die zur Berechnung von Durchbiegungen benötigt werden, sollten insbesondere bei Platten unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen berechnet werden.

11.3.2 Iterative Lösung im allgemeinen Fall

Im allgemeinen Fall kann z. B. neben der Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und einer Normalkraft auch noch eine Vorspannung berücksichtigt werden. Die Lösung kann nur iterativ durch einfache Anwendung von Standard-Tabellenkalkulations-Programmen gefunden werden. Auch hier sind die verschiedenen Zeitpunkte ($t = 0$ und $t = \infty$) bei den Nachweisen zu beachten. Der effektive E-Modul ohne Berücksichtigung des Relaxationsbeiwertes gilt näherungsweise auch für vorgespannte Querschnitte und ist ggf. anstelle von E_c einzusetzen.

Der Querschnitt von Bild 11-22 besteht aus der gedrückten Betonfläche, der E_s/E_c -fachen Fläche des Betonstahls und der E_p/E_c -fachen Fläche des Spannstahls.

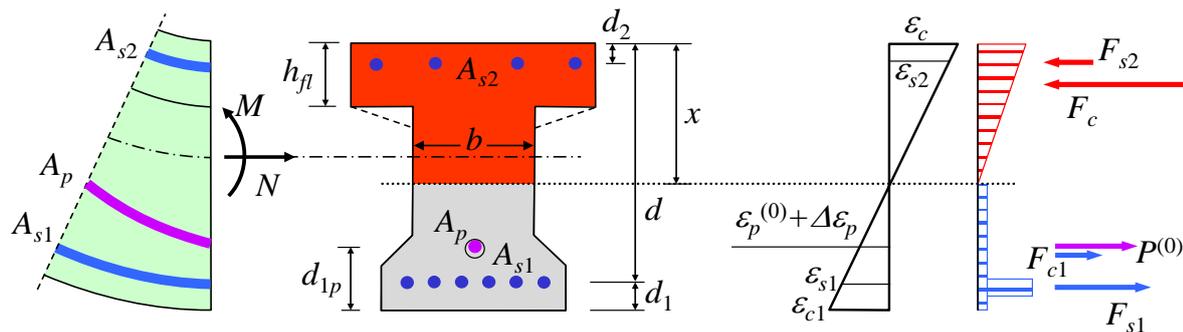


Bild 11-22 Dehnungen, Spannungen und resultierende Kräfte im GZG im gerissenen Zustand für den allgemeinen Fall

Folgende Schritte sind vorzunehmen:

- Vorab prüfen, ob Querschnitt als gerissen anzusehen ist.
- Vorschätzen der Druckzonenhöhe x und der zugehörigen Breite b .
- Ermittlung der Schwerachse und der ideellen Querschnittswerte aus der Druckzone und den Stahlflächen. Dabei werden die Stahlquerschnitte innerhalb der Druckzone mit $(E_s/E_c - 1)$ bzw. mit $(E_p/E_c - 1)$ multipliziert.
- Berechnung der Spannung infolge der Schnittgrößen an der vorgeschätzten Spannungsnulllinie. Bei positivem Wert ist ein größeres x , bei negativem Wert ein kleineres x vorzuzählen. Gegebenenfalls ist die zugehörige Breite für b anzupassen. Das Versatzmoment aus N und/oder aus der Vorspannkraft $P^{(0)}$ muss immer auf die aktuelle ideelle Achse bezogen werden. Die jeweilige Betonmitwirkung ist auf der Seite der einwirkenden Schnittgrößen zu berücksichtigen.

Eine Superposition einzelner Lastfälle ist nicht mehr möglich!

Bei Biegung mit Normalkraft bzw. Vorspannkraft (aber ohne Mitwirkung des Betons in der Zugzone) kann zur Berechnung von Spannungen, Dehnungen oder Krümmungen das ideelle Flächenträgheitsmoment (Eigentragheits- und Steineranteile um die Schwerachse) unter Beachtung der äquivalenten Flächen für den Stahl bestimmt werden. Für E_c ist ggf. $E_{c,eff}$ zu verwenden.

$$\begin{aligned}
 I_{ci}^H &= b \cdot x^3 / 12 + b \cdot x \cdot \left(z_{so} - \frac{x}{2} \right)^2 + I_{0,fl} + A_{fl} \cdot \left(z_{so} - h_{fl} / 2 \right)^2 \\
 &+ A_{s1} \cdot E_s / E_c \cdot (d - z_{so})^2 + A_p \cdot E_p / E_c \cdot (z_{su} - d_{1p})^2 \\
 &+ A_{s2} \cdot (E_s / E_c - 1) \cdot (z_{so} - d_2)^2 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{11-8}$$

Insbesondere bei der Anwendung von Programmen ist es wichtig, Ergebnisse zu kontrollieren. Für eine vorgegebene Druckzonenhöhe können ohne Iteration die Schwerachse sowie die Querschnittswerte ermittelt und anschließend die Spannungen überprüft werden.

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (tension stiffening) ist zu berücksichtigen. Sie darf unberücksichtigt bleiben, wenn dies auf der sicheren Seite liegt. Die Auswahl eines geeigneten Verfahrens sollte in Abhängigkeit von der jeweiligen Bemessungsaufgabe getroffen werden. Zu empfehlen ist eine konstante Zugspannung über die Höhe der Zugzone entsprechend Heft 525 des DAfStb:

$$\sigma_{cm} = \beta_{mt} \cdot k \cdot f_{ct,eff}$$

$\beta_{mt} = 0,40$ für Kurzzeitbeanspruchung und

$\beta_{mt} = 0,25$ für lang andauernde/wiederholte Beanspruchung

Das Kriechen wirkt sich auch als Verbundkriechen auf die Mitwirkung des Betons in der Zugzone aus (berücksichtigt durch $b_{mt} = 0,25$)

für den Fall $0 \leq \varepsilon_{c1} \leq f_{ctm}/E_{cm}$ bzw. $f_{ctm}/E_{c,eff}$ sollte β_{mt} linear auf 0 abgemindert werden.

11.3.3 Näherungslösungen

Übliche Näherungslösungen beschränken sich auf die Abschätzung von Stahlkräften im Riss.

Kräfte im Stahl können häufig über den inneren Hebelarm aus der Bemessung im GZT näherungsweise ermittelt werden.

Es wird darauf hingewiesen, dass abweichend von der nachfolgenden Näherung die inneren Kräfte unmittelbar von den inneren Steifigkeiten abhängen, insofern kann bei einer wirklichkeitsnahen Betrachtung immer nur ein vollständig dimensioniertes Bauteil (also eines mit einer gewählten Bewehrung) nach den Abschnitten 11.3.2 oder 11.3.2 berechnet werden.

Für Stahlkräfte im Riss unter Rissschnittgrößen zur Ermittlung einer Mindestbewehrung wird in EC2, Abschnitt 7.3.2(2) entsprechend Bild 11-23 eine Näherungslösung angegeben.

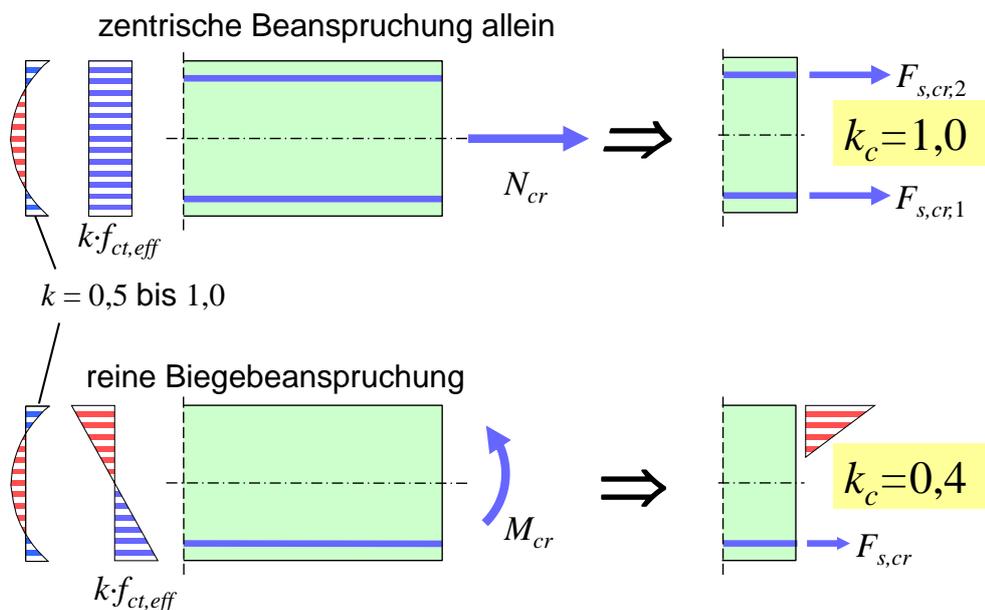


Bild 11-23 Stahlkräfte im Riss unter Rissschnittgrößen für zentrische Beanspruchung und alleinige Biegebeanspruchung

$$F_{s,cr} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (11-9)$$

Dabei sind:

k siehe Abschnitt 11.2.3

$f_{ct,eff}$ siehe Abschnitt 11.1.3 und bei Zwang auch Abschnitt 11.2.2.2

A_{ct} die vor der Erstrissbildung unter Zugspannung stehende Betonquerschnittsfläche, bei Biegung mit geringem Zug die Zugfläche höchstens bis zur Schwerachse, bei vollständig gerissenem Querschnitt für jede Bewehrungslage anteilig nach den Flächen jeweils bis zur Schwerachse.

Besser: bei vollständig gerissenem Querschnitt sollten die Kräfte für jede Bewehrungslage jeweils aus dem Gleichgewicht bestimmt werden.

k_c Beiwert zur Berücksichtigung der Spannungsverteilung in der Zugzone sowie der Vergrößerung des inneren Hebelarms beim Übergang in den Zustand II.

$k_c = 1,0$ für reine **Zugbeanspruchung**

$k_c = 0,4$ für reine **Biegebeanspruchung** von Rechteckquerschnitten und Stegen aufgelöster Querschnitte

Für Biegung mit Normalkraft ist der Beiwert k_c nach folgendem Diagramm zu bestimmen.

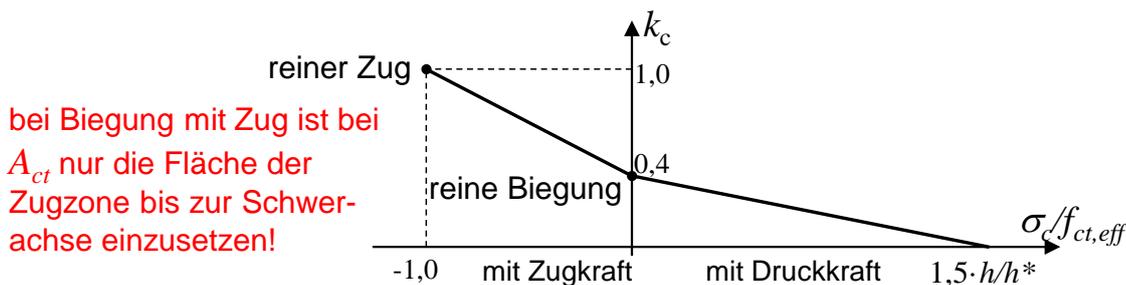


Bild 11-24 Beiwert k_c bei Biegung mit Normalkraft, $h^* = h$ für $h < 1,0m$, $h^* = 1,0m$ für $h \geq 1,0m$

Für **Zuggurte** von Plattenbalken und Hohlkästen mit $F_{s,cr,Gurt}$ im Zustand I unter Risschnittgrößen:

$$k_c = 0,9 \cdot \frac{F_{s,cr,Gurt}}{A_{ct} \cdot f_{ct,eff}} \geq 0,5$$

Nach Meinung des Verfassers sollte für Rechteckquerschnitte und Stege aufgelöster Querschnitte von vorgespannten Bauteilen zur Vereinfachung $F_{s,cr}$ als Zugkeilkraft ohne Berücksichtigung der Vergrößerung des inneren Hebelarmes entsprechend Bild 11-25 bestimmt werden, (d.h. $k_c = 0,5$ auf sicherer Seite), was auf Grund der großen Schwankungen infolge der kleinen Spannungsdifferenz aus großen Randspannungswerten zweckmäßig erscheint.

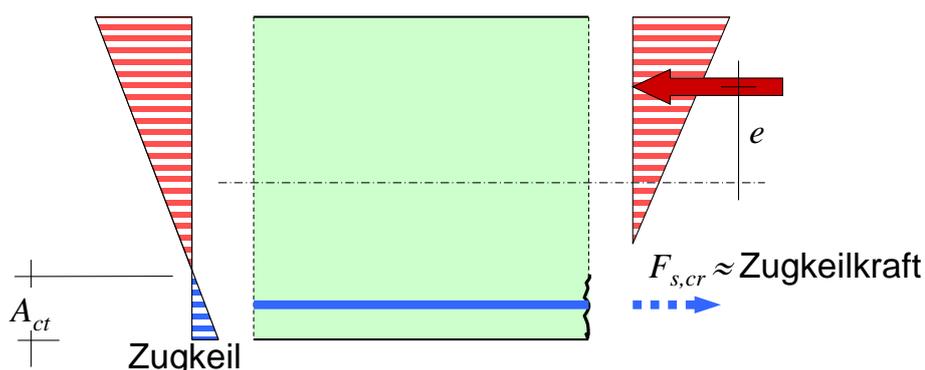


Bild 11-25 Bestimmung der Stahlkraft im gerissenen Zustand aus der Zugkeilkraft nach Zustand I

11.4 Nachweise der Spannungen

Die Spannungsnachweise DIN 1045-1, 11.1 werden geführt, um im Gebrauchszustand eine übermäßige Schädigung des Betongefüges und plastische Verformungen des Beton- und Spannstahls zu vermeiden. Trotz ausreichender Teilsicherheitsbeiwerte für den Grenzzustand der Tragfähigkeit können bereits im Gebrauchszustand übermäßige Beanspruchungen entstehen, zum Beispiel infolge einer Umlagerung von Schnittgrößen.

Die Spannungsnachweise dürfen für nicht vorgespannte Bauteile des üblichen Hochbaus, die nach EC2, Abschnitt 6 bemessen sind, entfallen, wenn

- die Schnittgrößen nach der Elastizitätstheorie mit einer maximalen Umlagerung von 15% ermittelt werden und
- die bauliche Durchbildung nach EC2, Abschnitt 9, insbesondere die konstruktive Mindestbewehrung nach Abschnitt 9.2.1.1 beachtet wird.

Bei Spannungsnachweisen vorgespannter Bauteile ist zu beachten, dass diese gegebenenfalls wie bei nicht vorgespannten Bauteilen für den gerissenen Zustand geführt werden müssen, auch wenn für den aktuell zu führenden Nachweis – z.B. unter der ständigen Einwirkungskombination einschließlich der Vorspannung– die Zugfestigkeit des Betons (Mittelwert) nicht überschritten wird. Nur wenn für den betrachteten Querschnitt nachgewiesen werden kann, dass auch unter der seltenen Einwirkungskombination die Betonzugfestigkeit nicht überschritten wird, können alle Nachweise für diesen Querschnitt im ungerissenen Zustand I geführt werden. Hierbei sind auch die zeitlichen Spannkraftverluste sowie die charakteristischen Werte der Vorspannung zu beachten. **Empfehlenswerter ist es, den ungerissenen Zustand I nur dann zu betrachten, wenn der Querschnitt für die nachzuweisende Einwirkungskombination vollständig überdrückt ist.**

Die vorhandenen Spannungen können entsprechend Abschnitt 11.3.1 und 0 ermittelt werden.

11.4.1 Begrenzung der Betondruckspannungen

Zur Vermeidung von Längsrissen in Betondruckbereichen ist bei den Expositionsklassen nach EC2, Tab. 4.1

XD (chloridinduzierte Korrosion)

XF (Frost-Tau-Wechsel-Angriff des Betons)

XS (chloridinduzierte Korrosion aus Meerwasser)

die Betonspannung im Zustand II (Regelfall) unter der seltenen Lastkombination zu begrenzen auf

$$|\sigma_{c,rare}| \leq 0,6 \cdot f_{ck} \quad (11-10)$$

Alternativ kann die Betondeckung der Druckzone erhöht oder die Druckzone mit Bewehrung umschnürt werden. (Anmerkung des Verfassers: Diese in der Norm angegebenen Alternativen scheinen wenig hilfreich zu sein, eine wirksame Umschnürung wird erst bei einer sehr kräftigen Verbügelung erreicht.)

Bei überwiegender Biegung liefert der Zeitpunkt $t = 0$ in der Regel die größten Werte der Druckspannung, die Mitwirkung des Betons auf Zug darf nach Meinung des Verfassers angesetzt werden. Ihr Ansatz bewirkt eine Reduzierung der Spannungen von einem örtlichen Maximalwert auf einen über

die Bauteillänge bzw. über einen Abschnitt zwischen zwei Rissen gemittelten Wert. Eine örtliche Spannungsspitze würde nicht die hier zu vermeidenden Längsrisse entstehen lassen. Gerechtfertigt ist dies auch, da zum Zeitpunkt der seltenen Beanspruchung bereits eingetretene Kriechumlagerungen sich spannungsreduzierend auswirken, ohne dass diese in der Berechnung berücksichtigt werden.

Zur Vermeidung überproportionaler Verformungen infolge von nichtlinearem Betonkriechen sollten die Betonspannung unter der quasi-ständigen Lastkombination begrenzt werden und zwar auf:

$$|\sigma_{c,perm}| \leq 0,45 \cdot f_{ck} \quad (11-11)$$

Andernfalls ist nichtlineares Kriechen zu berücksichtigen. Bei überwiegender Biegung liefert der Zeitpunkt $t = 0$ in der Regel auch für diese Nachweisgrenze die größten Spannungswerte, die Mitwirkung des Betons auf Zug darf hier auf jeden Fall angesetzt werden, sie wirkt sich spannungsreduzierend aus.

Die in einem Bauteil vorhandenen Biegedruckspannungen können mit dem in Abschnitt 11.3 beschriebenen Verfahren berechnet und anschließend den Nachweisgrenzen gegenübergestellt werden.

In manchen Nachweisfällen der Betondruckspannungen können paradoxe Nachweissituationen entstehen. Wird zum Beispiel bei einem durchlaufenden Balken das Stützmoment um mehr als 15% durch Umlagerung der Schnittgrößen ermäßigt, kann es vorkommen, dass der Nachweis der Betondruckspannungen für das umgelagerte Stützmoment nicht gelingt, obwohl durch die Umlagerung die Betondruckspannungen geringer sind. Ohne Umlagerung wäre aber ein Nachweis gar nicht erforderlich gewesen. Diese Widersprüche müssen in der weiteren Normungsarbeit intensiv untersucht und aufgelöst werden. Eine mögliche Ursache kann der E-Modul des Betons sein, da dieser in den Werkstoffgesetzen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit, z.B. im Parabel-Rechteck-Diagramm, zwar nicht direkt angegeben ist, aber indirekt vorhanden ist und deutlich geringer ausfällt als für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. In Verbindung mit der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte ergibt sich im Gegensatz zum Grenzzustand der Tragfähigkeit im Gebrauchszustand eine geringere Druckzonenhöhe mit entsprechend hoher Randspannung.

Ein weiterer Widerspruch entsteht beim Vergleich vorgespannter und nicht vorgespannter Bauteile. Die Betondruckspannungen vorgespannter Tragwerke sind wegen der Vorspannung in der Regel geringer als bei vergleichbaren Stahlbetonbauteilen. Erstere müssen aber generell nachgewiesen werden, bei letzteren darf in der Regel auf den Nachweis verzichtet werden.

11.4.2 Begrenzung der Spannstahlspannungen

siehe EC2, Abschnitt 7.2

11.4.3 Begrenzung der Betonstahlspannungen

Für den Nachweis der Betonstahlzugspannungen im Riss ist entsprechend Abschnitt 11.3 die Mitwirkung des Betons in der Zugzone nicht anzusetzen. Maßgebend für die Stahlspannungen ist in der Regel der Nachweis zum Zeitpunkt $t = \infty$, da sich auf Grund von Umlagerungen infolge Kriechen der innere Hebelarm verkleinert.

Der Nachweis der Betonstahlspannungen kann recht einfach im Zusammenhang mit dem Nachweis der Rissbreite geführt werden (s. Abschnitt 11.6.1).

11.4.3.1 Begrenzung der Betonstahlspannungen aus Last

Die Zugspannung im Betonstahl ist für direkte Beanspruchung (Lastbeanspruchung) unter der seltenen Kombination auf den Wert

$$\sigma_{s,rare} \leq 0,8 \cdot f_{yk} \quad (11-12)$$

zu begrenzen. Damit soll im Gebrauchszustand – im Falle der Lastbeanspruchung mit entsprechendem Sicherheitsabstand von $0,2 \cdot f_{yk}$ zur charakteristischen Streckgrenze – verhindert werden, dass durch das Fließen der Bewehrung sehr breite Risse entstehen, die sich nach Entlastung wegen der plastischen Verformungsanteile nicht mehr schließen. Da im Grenzzustand der Tragfähigkeit Teilsicherheitsfaktoren auf der Einwirkungsseite und beim Bauteilwiderstand in ausreichender Größe berücksichtigt werden, ist dieser Nachweis i. d. R. eingehalten und braucht nicht gesondert nachgewiesen werden.

11.4.3.2 Begrenzung der Betonstahlspannungen aus Zwang

Die Zugspannung im Betonstahl ist für eine Zwangbeanspruchung auf den Wert

$$\sigma_{s,rare} \leq 1,0 \cdot f_{yk} \quad (11-13)$$

zu begrenzen. Wird bei einer Zwangbeanspruchung gleichzeitig auch der Nachweis der Rissbreite geführt, dann liegen die Stahlspannungen in fast allen Bemessungsfällen deutlich unter der angegebenen Grenze. Lediglich bei sehr geringen Stabdurchmessern kann rechnerisch die Fließgrenze überschritten werden, daher ist beim Nachweis von Rissbreiten der Nachweis der Betonstahlspannung zusätzlich zu beachten (s. Abschnitt 11.6.1).

11.5 Berechnung der Rissbreite

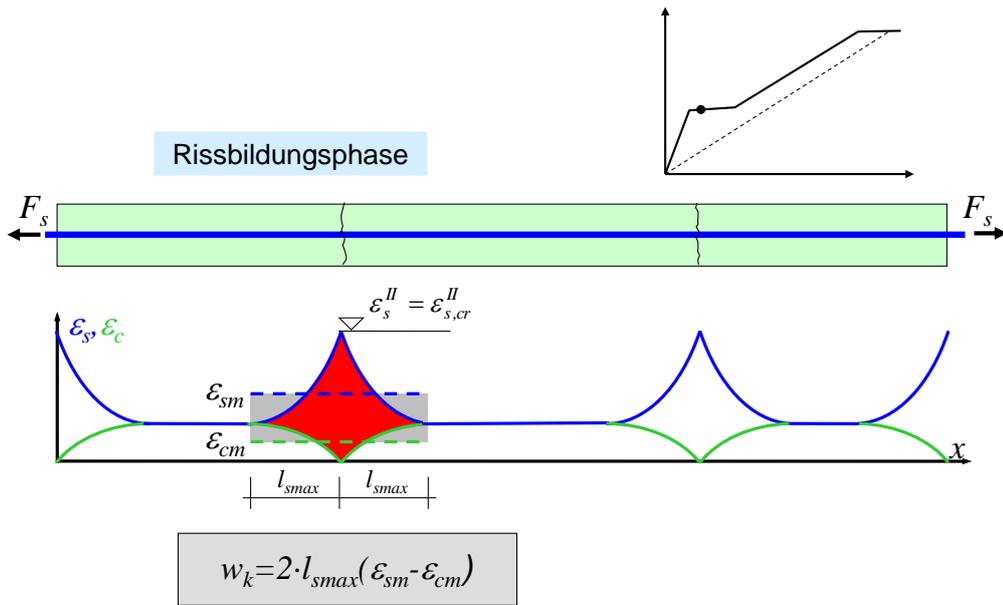
11.5.1 Dehnungen von Stahl und Beton

Für den Mechanismus der Rissbildung und die Herleitung der Rissbreite muss zwischen dünnen und dicken Bauteilen unterschieden werden. Die folgenden Darstellungen und Ableitungen betreffen zunächst nur die dünnen Bauteile. Die Abgrenzung dünner und dicker Bauteile und die Besonderheiten dicker Bauteile werden in Abschnitt 11.5.5 behandelt.

Die aus Abschnitt 11.1.1 bereits bekannten Darstellungen der Dehnungsverläufe von Stahl und Beton im Bauteilinneren werden in den folgenden Bildern erneut aufgegriffen, um die Rissbreite mechanisch herzuleiten.

Erläuterungen der Formelzeichen in den nachfolgenden Bildern:

- F_s Stahlkraft im Riss unter beliebiger Beanspruchung
- $F_{s,cr}$ Stahlkraft im Riss unter Wirkung der Risschnittgrößen
- ε_s Dehnung des Stahls
- ε_c Dehnung des Betons
- ε_s^{II} Dehnung des Stahls im Riss, i.d.R. bei Beanspruchung oberhalb der Risschnittgrößen
- $\varepsilon_{s,cr}^{II}$ Dehnung des Stahls im Riss unter Wirkung der Risschnittgrößen
- $\varepsilon_{s,cr}^I$ Dehnung des Stahls in Bereichen des Zustandes I unter Wirkung der Risschnittgrößen
- ε_{sm} über die Kraftübertragungslänge gemittelte Dehnung des Stahls
- ε_{cm} über die Kraftübertragungslänge gemittelte Dehnung des Betons
- l_{smax} Länge des Bereichs der Kraftübertragung zwischen Stahl und Beton (Kraftübertragungslänge)



weitere Rissbildung nur noch in Zustand-I-Bereichen möglich:

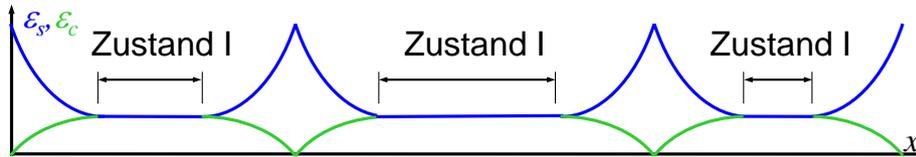


Bild 11-26 Dehnungsverläufe in der Rissbildungsphase

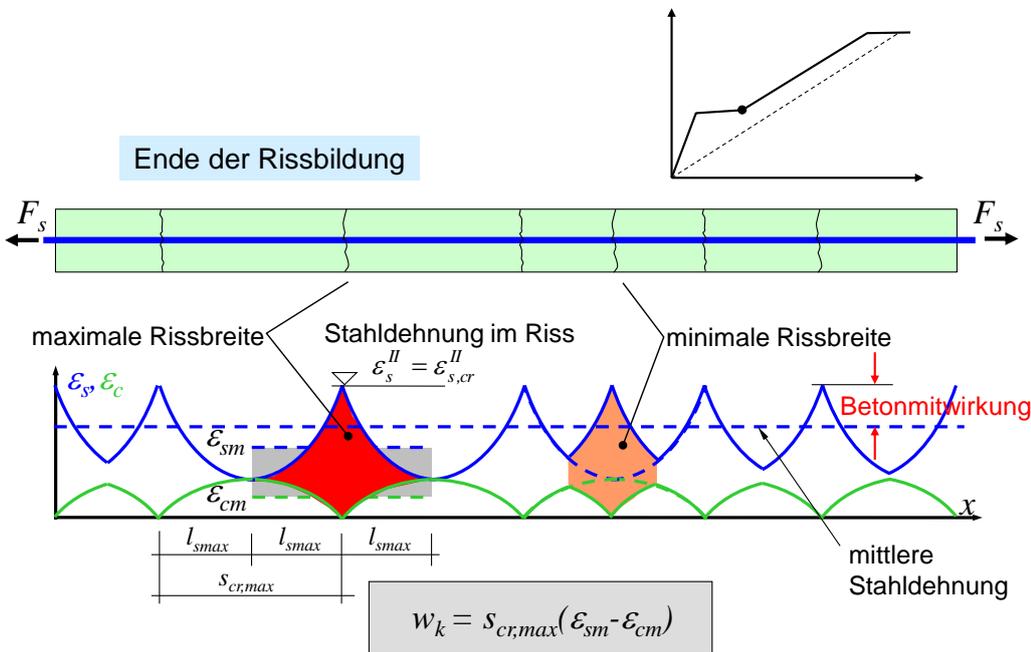


Bild 11-27 Dehnungsverläufe am Ende der Rissbildungsphase

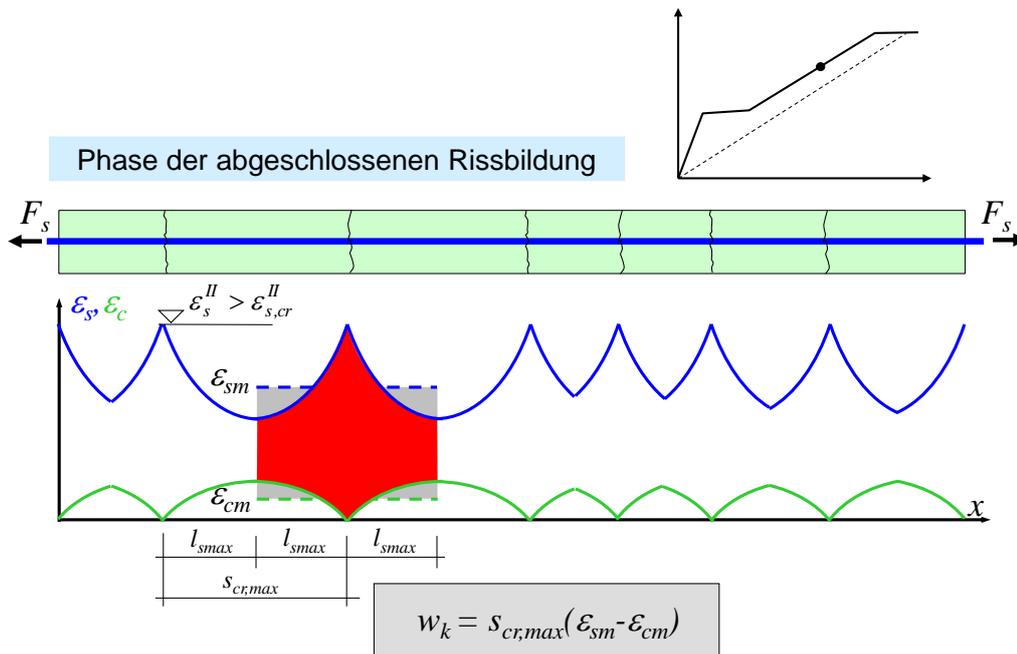


Bild 11-28 Dehnungsverläufe nach abgeschlossener Rissbildung

Die schraffierten Flächen zwischen den Dehnungsverläufen von Stahl und Beton einerseits und den Mitten zwischen den Rissen andererseits entsprechen den Rissbreiten in den jeweiligen Phasen. Die Flächen sind jeweils der Wert des Integrals, entsprechen also der aufsummierten Verformungsdifferenz zwischen Betonstahl und Beton und stellen den charakteristischen Wert der Rissbreite w_k dar:

$$w_k = \int_0^{2 \cdot l_{s,max}} (\epsilon_s - \epsilon_c) \cdot dx \tag{11-14}$$

Bei abgeschlossener Rissbildung ergibt sich dort die größte Rissbreite (Fläche), wo links und rechts vom betrachteten Riss gerade kein weiterer Riss entsteht und sich somit dort der größtmögliche Rissabstand $s_{cr,max}$ einstellt. Die Berechnung der charakteristischen Rissbreite erfolgt an einem flächengleichen Ersatzrechteck, welches durch die mittleren Dehnungen und die zweifache Kraftübertragungslänge begrenzt wird. Die mittleren Dehnungen von Stahl ϵ_{sm} und Beton ϵ_{cm} werden hier nur im Bereich der Kraftübertragungslänge $l_{s,max}$ gemittelt, die so gemittelten Werte unterscheiden sich daher von denen aus Bild 11-3. Für die Phase der Rissbildung ergibt sich:

$$w_k = 2 \cdot l_{s,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \tag{11-15}$$

bzw. für das Ende der Rissbildung und die Phase der abgeschlossenen Rissbildung:

$$w_k = s_{cr,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \tag{11-16}$$

11.5.2 Ermittlung des Rissabstandes bei dünnen Bauteilen

Der Rissabstand wird aus der zweifachen Krafteinleitungslänge gemäß *Fischer, Kramp, Prietz, Rösler* [20] ermittelt:

$$s_{cr,max} = \frac{F_{s,cr} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot A_s} \quad (11-17)$$

Dabei sind:

- $f_{ct,eff}$ zum Beanspruchungszeitpunkt maßgebende Zugfestigkeit des Betons, siehe Abschnitt 11.1.3
- $F_{s,cr}$ Stahlkraft im Riss unter Wirkung der Risschnittgrößen, bei einer Schwachstellenbemessung höchstens die ermittelte Stahlkraft
- d_s Durchmesser des Betonstahls
- A_s Querschnittfläche des Betonstahls

11.5.3 Ermittlung der mittleren Dehnungsdifferenz von Stahl und Beton bei dünnen Bauteilen

Aus dem Verlauf der Dehnungen von Stahl und Beton wird die Differenz der mittleren Dehnung (gemittelt über die Krafteinleitungslänge) gemäß *Fischer, Kramp, Prietz, Rösler* [20] ermittelt:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{F_s - 0,4 \cdot F_{s,cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s \cdot A_s} \quad (11-18)$$

Dabei sind:

- ε_{sm} über die Kraftübertragungslänge gemittelte Dehnung des Stahls
- ε_{cm} über die Kraftübertragungslänge gemittelte Dehnung des Betons
- F_s Stahlkraft im Riss unter beliebiger Beanspruchung aus Last und/oder Zwang
- $F_{s,cr}$ Stahlkraft im Riss unter Wirkung der Risschnittgrößen, bei einer Schwachstellenbemessung höchstens die ermittelte Stahlkraft
- E_s E-Modul des Betonstahls
- A_s Querschnittfläche des Betonstahls

11.5.4 Maximale Rissbreite bei dünnen Bauteilen

Werden nun in die Grundgleichung (11-16) die berechneten Terme für die den maximalen Rissabstand und die Differenz der mittleren Dehnungen eingesetzt, dann ergibt sich für dünne Bauteile bei vorgegebener Bewehrung:

$$w_k = \frac{F_{s,cr} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot A_s} \cdot \frac{F_s - 0,4 \cdot F_{s,cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s \cdot A_s} \quad (11-19)$$

Der Ausdruck $(1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})$ kann genügend genau mit 1,0 angenommen werden.

Diese Formulierung gilt zunächst für $F_s > F_{s,cr}$.

Für die Phase der Rissbildung ist anstelle von F_s die Kraft $F_{s,cr}$ einzusetzen.

Wenn bei einer Schwachstellenbemessung $F_s < F_{s,cr}$ ist, dann muss in Gleichung (11-19) die Risskraft $F_{s,cr}$ durch die Stahlkraft F_s ersetzt werden. Im Falle einer Entlastung nach abgeschlossener Rissbildung (z.B. bei Lastbeanspruchung von der seltenen auf die quasi-ständige Einwirkungskombination) ist nur im rechten Term $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ die Risskraft $F_{s,cr}$ durch die Stahlkraft F_s zu ersetzen.

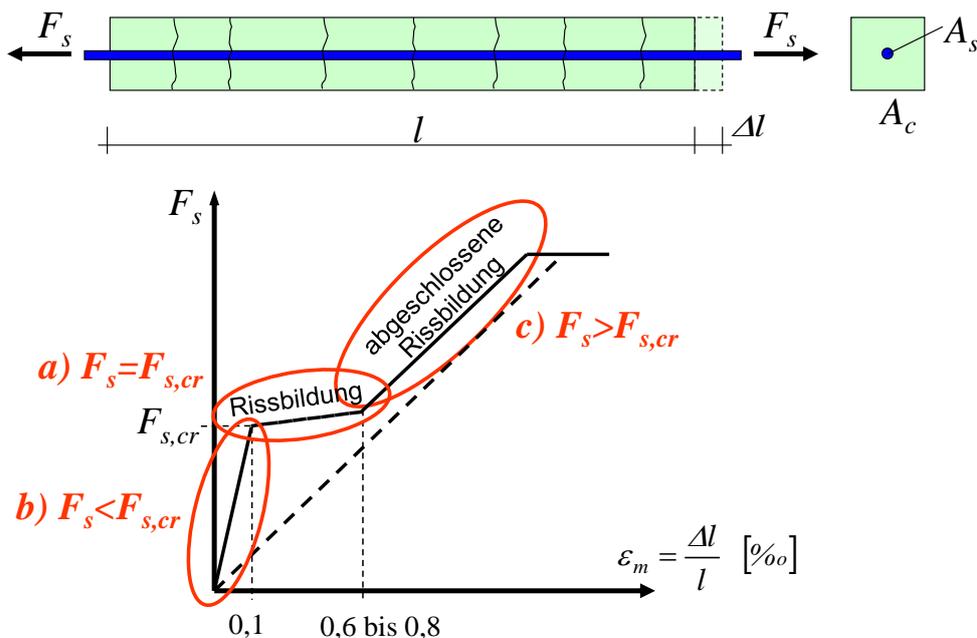


Bild 11-29 Kraft im Stahl in den verschiedenen Bereichen

- bei üblicher Zwangbeanspruchung
- bei Entlastung / Schwachstellenbemessung
- bei üblicher Lastbeanspruchung oder bei Zwang an Querschnitteinschnürungen

11.5.5 Maximale Rissbreite bei dicken Bauteilen

Bei dicken Bauteilen entsteht ein Sammelrissbild, welches aus einem Primärriss und mehreren Sekundärrissen besteht (siehe Bild 11-31 und Bild 11-30). Zur Öffnung des Primärrisses wird die volle Risskraft $F_{s,cr}$ benötigt, berechnet aus den Risschnittgrößen wie bei dünnen Bauteilen (siehe Abschnitt 11.3). Zur Erzeugung der Sekundärrisse muss nur die Risskraft $F_{s,cr,eff}$ der effektiv wirksamen Betonzugfläche $A_{ct,eff}$ überwunden werden. $A_{ct,eff}$ ergibt sich aus dem Querschnitt vom Bauteilrand bis zu der Höhe der wirksamen Zone h_{eff} . Die Bewehrung kann nur in der äußeren, effektiv wirksamen Betonzugzone die Rissabstände gering halten und damit die Rissbreiten beschränken.

Allgemein ist:

(11-20)

$F_{s,cr,eff} = f_{ct,eff} \cdot A_{ct,eff}$ Für rechteckförmige Bereiche gilt:

$$F_{s,cr,eff} = f_{ct,eff} \cdot h_{eff} \cdot b \quad (11-21)$$

Die Höhe der Wirkungszone der Bewehrung darf allgemein mit $h_{eff} = 2,5 \cdot d_1$ angenommen werden (d_1 ist der Abstand zwischen der Schwerachse der Bewehrung und dem Bauteilrand).

Im Gegensatz zu dünnen Bauteilen bleibt in Gleichung (11-20) und (11-21) der Abminderungsfaktor k für die Betonzugfestigkeit in der effektiven Betonzugzone unberücksichtigt (Ausnahme: Stegseitenbewehrung und Bewehrung der abliegenden Zuggurtplatten), da bei dicken Bauteilen sich erst in einem größeren Abstand zum Primärriss eine nennenswerte Zugspannungskomponente infolge der Eigenspannungen ergibt.

Für die Unterscheidung zwischen dünnen und dicken Bauteilen kann kein festes Maß angegeben werden. Die Abgrenzung wird über den Vergleich der Risskraft der effektiven Zone $F_{s,cr,eff}$ nach Gleichung (11-20) und (11-21) und der Risskraft im Primärriss $F_{s,cr}$ nach Gleichung (11-9) vorgenommen.

Sofern $F_{s,cr,eff} < F_{s,cr}$, handelt es sich um ein dickes Bauteil, im umgekehrten Fall um ein dünnes Bauteil.

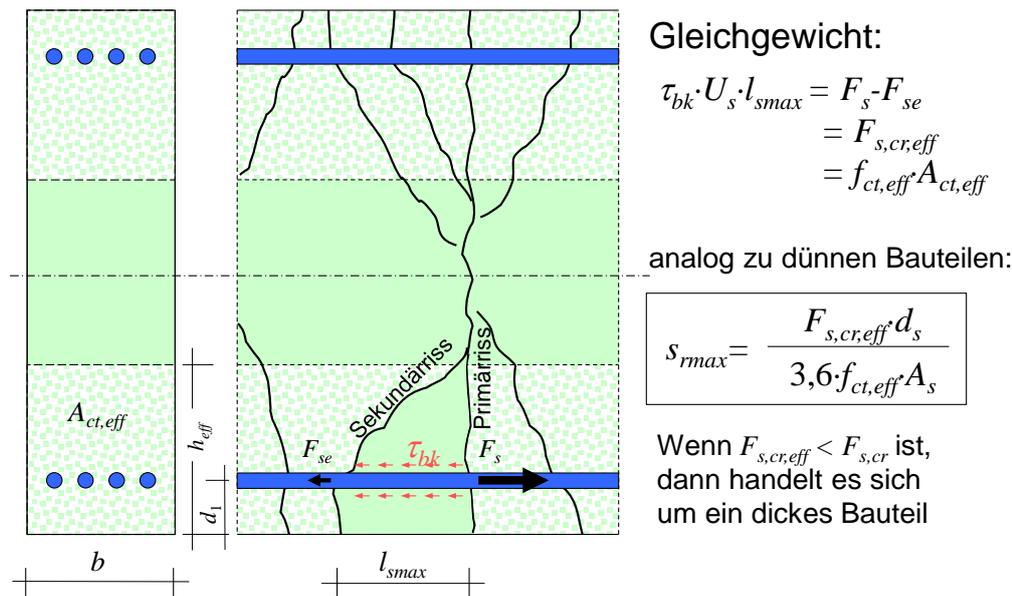


Bild 11-30 Ermittlung des Rissabstandes bei dicken Bauteilen

Analog zu der Rissbreite für dünne Bauteile nach Gleichung (11-19) erhält man für dicke Bauteile:

$$w_k = \frac{F_{s,cr,eff} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot A_s} \cdot \frac{F_s - 0,4 \cdot F_{s,cr,eff}}{E_s \cdot A_s} \quad (11-22)$$

Diese Formulierung gilt für $F_s \geq F_{s,cr,eff}$.

Für die Phase der Rissbildung ist anstelle von F_s die Kraft $F_{s,cr}$ zur Erzeugung eines weiteren Primärrisses einzusetzen (je Bewehrungslage muss der halbe Querschnitt aufgerissen werden).

Wenn im Falle einer Entlastung $F_s < F_{s,cr,eff}$ ist, dann darf in der Gleichung (11-22) die Risskraft in der wirksamen Zone $F_{s,cr,eff}$ im rechten Term ($\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$) durch die Stahlkraft F_s ersetzt werden.

Die hergeleiteten Formeln zur Berechnung der Rissbreite für dünne Bauteile nach Gleichung (11-19) und dicke Bauteile nach Gleichung (11-22) haben den Nachteil, dass die Bewehrung vorab bekannt sein muss, um die Rissbreite nachzuweisen. Für die Praxis ist es vorteilhafter, diese Grundformeln nach der Bewehrungsmenge A_s aufzulösen (siehe hierzu Abschnitt 11.6.1).

Nach Gleichung NA 7.5.1 darf bei dicken Bauteilen eine reduzierte Mindestbewehrung ermittelt werden. Zur Berechnung dieser darf für die Stahlspannung im Primärriss die Fließgrenze f_{yk} eingesetzt werden. Zum Ausgleich muss ggf. eine größere effektive Bauteildicke nach EC2-Bild 7.1DE beachtet werden. Bei sehr dicken Bauteilen besteht hier die Gefahr eines zu breiten Primärrisses, weshalb der Autor die Anwendung der Gleichung NA 7.5.1 nicht empfiehlt.

11.5.6 Stege und abliegende Querschnittsteile bei Lastbeanspruchung

In Plattenbalken und ähnlichen Querschnitten wird die Biegezugbewehrung infolge einer Lastbeanspruchung üblicherweise konzentriert auf der Biegezugseite angeordnet. Dort sind in der Regel sehr enge Rissabstände mit sehr kleinen Rissbreiten zu beobachten. Bei hohen Stegen mit einer Höhe der Zugzone von etwa 60 cm und mehr können sich die am Bauteilrand fein verteilten Risse zu breiten Rissen im Steg sammeln. Es entsteht das in Bild 11-31 dargestellte, typische Rissbild.

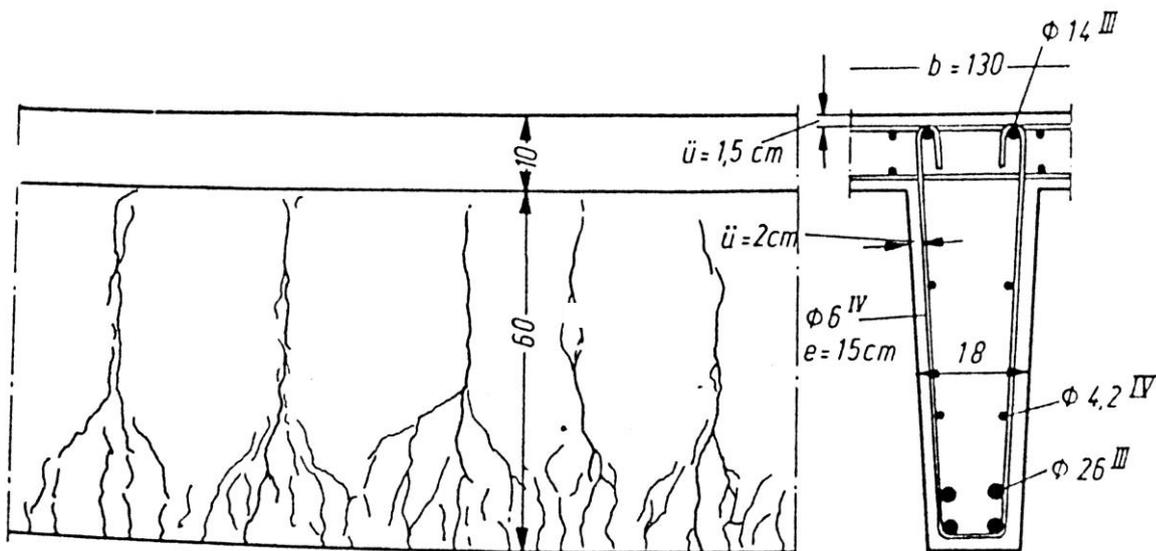


Bild 11-31 Sammelrissbildung im Steg eines Plattenbalkens nach Leonhardt [16]

Durch Anordnung einer horizontalen Stegbewehrung müssen die breiten Sammelrisse vermieden werden.

Auch in „abliegenden“ Zuggurtpatten (z.B. verhält sich die Platte bei Plattenbalken im Bereich negativer Momente wie ein Zuggurt) können sich abseits der konzentrierten Biegezugbewehrung Sammelrisse bilden (Bild 11-32).

Da die konzentrierte, statisch erforderliche Bewehrung i. d. R. beim Nachweis der Rissbreite bekannt ist, sollte für die effektive Wirkungszone der konzentrierte Bewehrung der direkte Nachweis der Rissbreite entsprechend Abschnitt 11.5.4 bzw. in den meisten Fällen nach Abschnitt 11.5.5 geführt werden. Als Zwischenergebnis ergeben sich der Rissabstand und die Differenz der mittleren Dehnungen. Für den benachbarten Bewehrungsstab in der Gurtplatte muss sich die gleiche mittlere Stahldehnung und damit auch die gleiche Differenz der mittleren Dehnungen einstellen. Nach diesem Prinzip der „Gleichheit der mittleren Dehnungen“ kann nun überprüft werden, ob der benachbarte Stab in der Gurtplatte trotz eines größeren Rissabstandes breite Sammelrisse vermeiden kann.

Dabei kann von einer reduzierten Betonzugkraft in den Gurtplatten ausgegangen werden, da die fein verteilten Risse der Biegezugzone wie Kerben wirken. Ersatzweise kann die Betonzugfestigkeit mit einem Abminderungsfaktor k wie bei der Wirkung von Eigenspannungen versehen werden. Nach EC2 kann für diese Kerbwirkung der Abminderungswert $k = 0,5$ verwendet werden.

Die so überprüfte Bewehrung in den abliegenden Gurtplatten sollte mindestens im Bereich der mitwirkenden Plattenbreite vorgesehen werden.

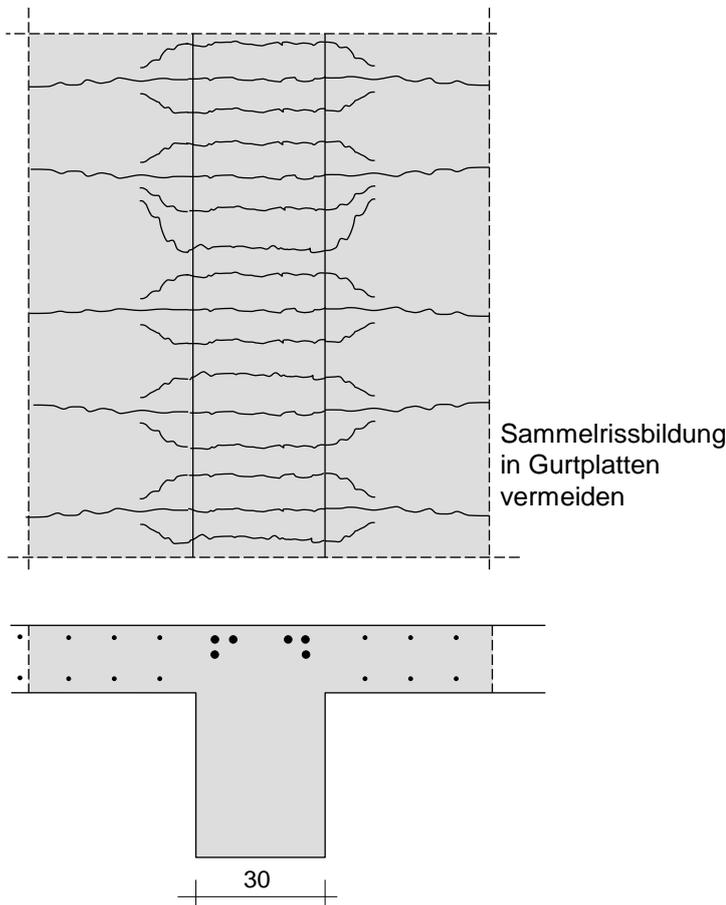


Bild 11-32 Sammelrissbildung in Zuggurtplatten eines Plattenbalkens

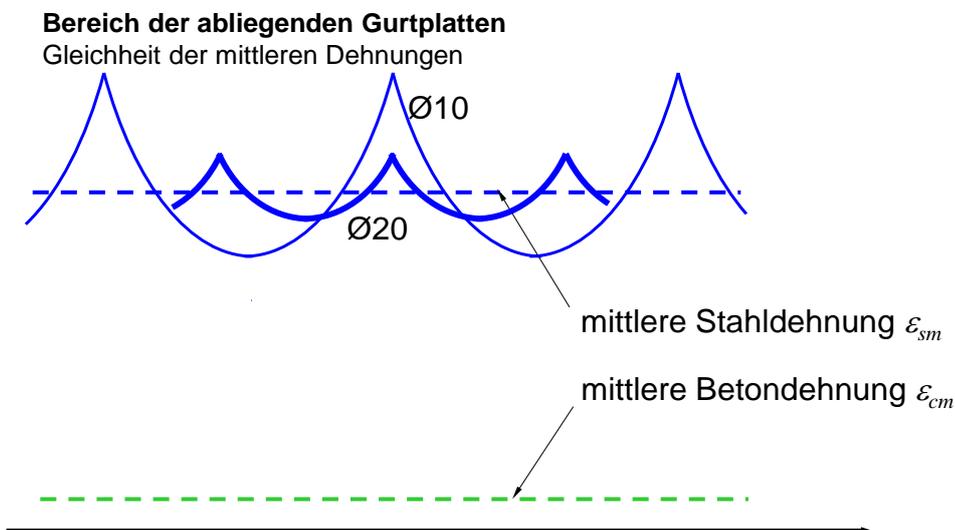


Bild 11-33 Verlauf der Dehnungen der konzentrierten Biegezugbewehrung und der Bewehrung in Zuggurtplatten eines Plattenbalkens

Zur Vermeidung zu breiter Sammelrisse in den hohen Stegen der Plattenbalken (überwiegend in den Feldbereichen) kann analog vorgegangen werden (s.). Zunächst kann man sich den über der konzentrierten Biegezugbewehrung angeordneten „benachbarten“ dünneren Stab des Steges auf der gleichen Höhe der statisch erforderlichen Bewehrung vorstellen, um ihn dann wie bei der abliegenden Gurtplatte zu überprüfen. Die gewählte Bewehrung (in cm^2/m) kann dann über die Höhe des Steges bis zur Schwerachse linear bis auf Null durch Staffelung der Stababstände reduziert werden.

Bei höheren Balkenstegen ist eine Stegseitenbewehrung nach dem gleichen Prinzip

“Gleichheit der mittleren Dehnungen”

wie in den abliegenden Gurtplatten zu ermitteln. Diese könnte dann linear abnehmend bis zur Schwerachse angeordnet werden.

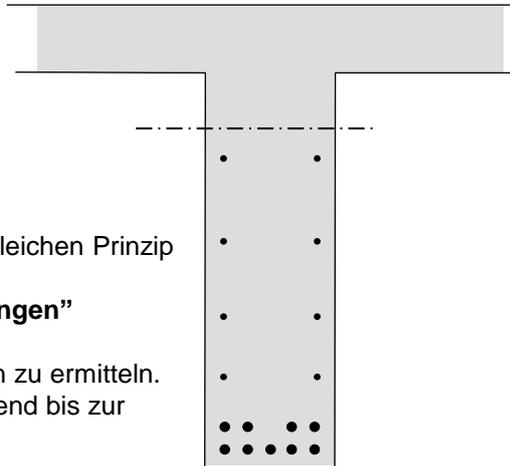


Bild 11-34 Stegseitenbewehrung von Plattenbalken

11.6 Nachweis der Rissbreite

Die zulässige Rissbreite und die maßgebende Einwirkungskombination für ihren Nachweis ergibt sich nach Tabelle 11-2.

Tabelle 11-2 Rechenwerte der Rissbreite und Nachweis der Dekompression aus [12]

Tabelle NA.7.1 — Rechenwerte für w_{\max} (in Millimeter)

Expositions- klasse	Stahlbeton und Vorspannung ohne Verbund	Vorspannung mit nachträglichem Verbund	Vorspannung mit sofortigem Verbund	
	mit Einwirkungskombination			
	quasi-ständig	häufig	häufig	selten
X0, XC1	0,4 ^a	0,2	0,2	—
XC2 – XC4	0,3	0,2 ^{b, c}	0,2 ^b	
XS1 – XS3 XD1, XD2, XD3 ^d			Dekom- pression	0,2

^a Bei den Expositionsclassen X0 und XC1 hat die Rissbreite keinen Einfluss auf die Dauerhaftigkeit und dieser Grenzwert wird i. Allg. zur Wahrung eines akzeptablen Erscheinungsbildes gesetzt. Fehlen entsprechende Anforderungen an das Erscheinungsbild, darf dieser Grenzwert erhöht werden.

^b Zusätzlich ist der Nachweis der Dekompression unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination zu führen.

^c Wenn der Korrosionsschutz anderweitig sichergestellt wird (Hinweise hierzu in den Zulassungen der Spanverfahren), darf der Dekompressionsnachweis entfallen.

^d Beachte 7.3.1 (7).

11.6.1 Ermittlung der Bewehrung für eine nachzuweisende Rissbreite

Die hergeleiteten Formeln zur Berechnung der Rissbreite für dünne Bauteile nach Gleichung (11-19) und dicke Bauteile nach Gleichung (11-22) entsprechen trotz anderer Darstellung denen aus DIN 1045-1, 11.2.4 oder EC2, 7.3.4. Für den Fall, dass die Bewehrung vorab bekannt ist, kann die Rissbreite entsprechend den Abschnitten 11.5.4 bzw. 11.5.5 nachgewiesen werden (**Variante A**). Für die Praxis ist es vorteilhafter, diese Grundformeln nach der Bewehrungsmenge A_s aufzulösen (**Variante B**):

für dünne Bauteile ($F_{s,cr} < F_{s,cr,eff}$):

$$A_s = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{s,cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{s,cr})}{3,6 \cdot E_s \cdot w_k \cdot f_{ct,eff}}} \quad (11-23)$$

für dicke Bauteile ($F_{s,cr} \geq F_{s,cr,eff}$):

$$A_s = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{s,cr,eff} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{s,cr,eff})}{3,6 \cdot E_s \cdot w_k \cdot f_{ct,eff}}} \quad (11-24)$$

mit

F_s von der Bewehrung aufzunehmende Kraft im Riss,
 bei **Lastbeanspruchung** unter der maßgebenden Einwirkungskombination gemäß Abschnitt 11.3

bei **Zwangbeanspruchung** (vgl. Bild 11-29)

a) in üblicher Größe ist die Risskraft $F_{s,cr}$ einzusetzen.

b) geringer Größe, z. B. bei einer Schwachstellenbemessung liegt F_s unterhalb der rechnerischen Risskraft $F_{s,cr}$, ggf. unterhalb von $F_{s,cr,eff}$ bei dicken Bauteilen

c) von eingeschnürten Bauteilen ist die Stahlkraft $F_s > F_{s,cr}$ für die abgeschlossene Rissbildung gesondert zu ermitteln (s. Abschnitt 11.2.2.3) und einzusetzen.

$F_{s,cr}$ Kraft im Stahl unter Risschnittgrößen gemäß Abschnitt 11.3 i.d.R. nach Abschnitt 11.3.3, jedoch höchstens die rechnerische Zwangskraft F_s bei Entlastung / Schwachstellenbemessung

$F_{s,cr,eff} = f_{ct,eff} \cdot A_{ct,eff}$ allgemein

$= f_{ct,eff} \cdot h_{eff} \cdot b$ für rechteckförmige effektive Zugzonen,

jedoch höchstens die rechnerische Zwangskraft F_s bei Entlastung / Schwachstellenbemessung

Bei einer Zwangbeanspruchung wird die nach Gleichung (11-23) oder (11-24) berechnete Bewehrung A_s zur Mindestbewehrung $A_{s,min}$ (s. Gleichung (11-3)) bei gleichzeitiger Begrenzung der Rissbreite. Zusätzlich ist die maximal zulässige Stahlspannung gemäß Abschnitt 11.4.3.2 zu überprüfen:

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} \leq 1,0 \cdot f_{yk} \quad (11-25)$$

Bei einer Lastbeanspruchung ist die max. Stahlspannung gemäß Abschnitt 11.4.3.1 zu beachten:

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} \leq 0,8 \cdot f_{yk} \quad (11-26)$$

11.6.2 Nachweis der Rissbreite nach EC2, 7.3.3

Die Grundgleichung (11-19) kann für zwangbeanspruchte, dünne Bauteile auch nach dem Stabdurchmesser d_s aufgelöst werden (**Variante C**)

$$d_s = \frac{3,6 \cdot E_s \cdot w_k \cdot f_{ct,eff}}{0,6 \cdot \sigma_s^2} \quad (11-27)$$

und für Standardparameter ($f_{ct,eff} = f_{ct0} = 2,9 \text{ MN/mm}^2$) tabellarisch aufbereitet werden. Diese Variante entspricht der Grenzdurchmesser-Tabelle 7.2DE von EC2 (siehe hier Tabelle 11-3).

Tabelle 11-3 Begrenzung der Stabdurchmesser bei Betonstahl (siehe EC2, Tabelle 7.2DE)

Grenzdurchmesser \varnothing_s^*

Stahlspannung [N/mm ²]	Grenzdurchmesser der Stäbe in [mm]		
	$w_k=0,4\text{mm}$	$w_k=0,3\text{mm}$	$w_k=0,2\text{mm}$
160	54	41	27
200	35	26	17
240	24	18	12
280	18	13	9
320	14	10	7
360	11	8	5
400	9	7	4
450	7	5	3

Die Grenzdurchmesser **dürfen** in Abhängigkeit von der Bauteildicke und **müssen** bei einer Zugfestigkeit $f_{ct,eff} \leq f_{ct0} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ (Normalbeton) **modifiziert** werden!

bei Lastbeanspruchung (NA 7.7.1):

$$\varnothing_s = \varnothing_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct0}} \geq \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct0}}$$

bei Biegezwangbeanspruchung (NA 7.6):

$$\varnothing_s = \varnothing_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr}}{4 \cdot (h-d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct0}} \geq \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct0}}$$

h_{cr} : Höhe der Zugzone vor der Rissbildung

bei zentrischer Zwangbeanspruchung (NA 7.7):

$$\varnothing_s = \varnothing_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h}{8 \cdot (h-d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct0}} \geq \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct0}}$$

In Tabelle 11-3 bedeuten:

- σ_s Betonstahlspannung im Zustand II
- $h-d$ Abstand von Bauteilaußenkante bis zur Schwerachse der Bewehrung
- b Breite der Zugzone
- $f_{ct,eff}$ zum Beanspruchungszeitpunkt maßgebende Zugfestigkeit des Betons, siehe 11.1.3
- k Abminderungsfaktor für die Zugfestigkeit des Beton infolge möglicher Eigenspannungen, siehe Abschnitt 11.2.3

- f_{ct0} Grundwert der Tabelle 3,0 N/mm^2
- k_c Beiwert zur Berücksichtigung der Spannungsverteilung in der Zugzone (siehe Abschnitt 11.3.3)
- h_{cr} Höhe der Zugzone vor Beginn der Rissbildung, ggf. getrennt für jede Bauteilseite

Die Grenzdurchmesser-Tabelle liegt für Beanspruchungen oberhalb von der Risskraft $F_{s,cr}$ auf der sicheren Seite und kann für solche Beanspruchungen zu unwirtschaftlichen Bewehrungsmengen führen. Der Verfasser sieht in der Anwendung der Grenzdurchmesser-Tabelle insbesondere dann keine Vereinfachung, wenn der Grenzdurchmesser modifiziert werden muss, und empfiehlt daher den Nachweis nach Abschnitt 11.6.1.

Last und Zwang

NCI Zu 7.3.4 (2)

Wenn die resultierende Dehnung infolge von Zwang im gerissenen Zustand den Wert 0,8 ‰ nicht überschreitet, ist es im Allgemeinen ausreichend, die Rissbreite für den größeren Wert der Spannung aus Zwang- oder Lastbeanspruchung zu ermitteln.

Diese Regel so undifferenziert formuliert ist problematisch, jedoch ist keine Addition der einzelnen Bewehrungen erforderlich.
 Grundsätzlich ist eine differenzierte Betrachtung notwendig.

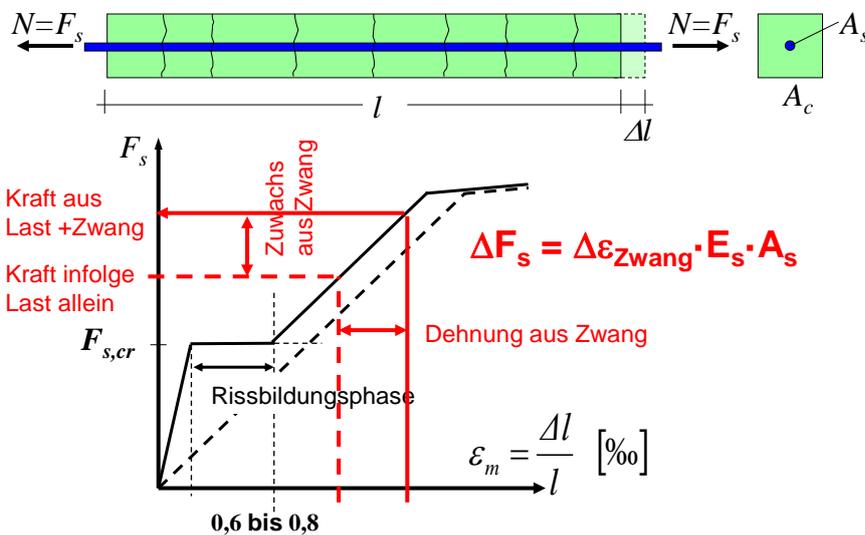


Bild 11-35 Kombination von Last und Zwang für zentrisch beanspruchte Bauteile

11.7 Berechnung von Verformungen

Durchbiegungsnachweise im Stahlbetonbau sind aufgrund der komplexen Zusammenhänge sehr aufwändig und wegen der stark streuenden Einzelparameter nur von eingeschränkter Genauigkeit. Vom Tragwerksplaner müssen frühzeitig Parameter angenommen werden, auf die er nur begrenzt Einfluss nehmen kann. Ein genauer Nachweis gestaltet sich also schwierig.

Für die Wahl der Deckendicke ist in der Regel das Durchbiegungskriterium maßgebend. Ein direkter Nachweis in dieser Phase einer statischen Berechnung ist nicht möglich.

Der bisherige Nachweis der Biegeschlankheit als Ersatz für den direkten Nachweis war daher sehr praxisgerecht, entsprach aber schon lange nicht mehr den heutigen Anforderungen (unsichere Seite). Grund dafür sind die vor über 50 Jahren von *Mayer/Rüsch* [22] empirisch untersuchten Bauteile, die noch mit geringeren Betonqualitäten einerseits und einer geringeren Stahlqualität und somit größeren Stahlmenge andererseits ausgeführt wurden.

Für die Berechnung von Verformungen, die sich aus den aufsummierten Krümmungen entlang des Tragwerkes ergeben, wird auf den Aufsatz *Fischer* in [26] verwiesen.

11.8 Nachweis der Verformungen / Durchbiegungen

An den Grenzwerten für die Durchbiegung hat sich gegenüber der DIN 1045-1 (Ausg. 08/2008) keine Änderung ergeben. Die im folgenden Bild dargestellten Definitionen und Grenzwerte sind nach wie vor nach Bild 11-36 gültig:

a) bei normalen Anforderungen mit und ohne Überhöhung

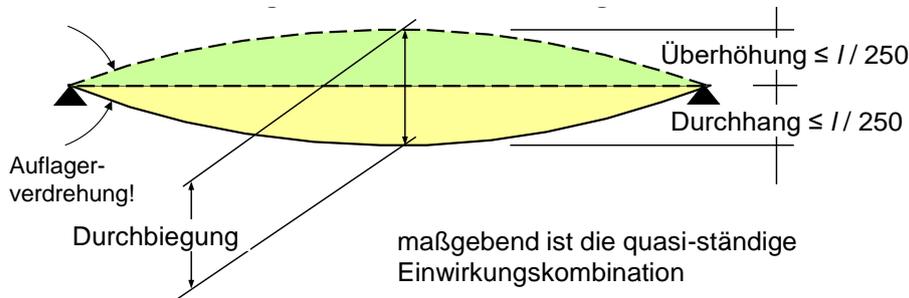


Bild 11-36 Begrenzung des Durchhangs

b) bei erhöhten Anforderungen

typische Rissbildungen in leichten Trennwänden infolge großer Deckenverformungen:

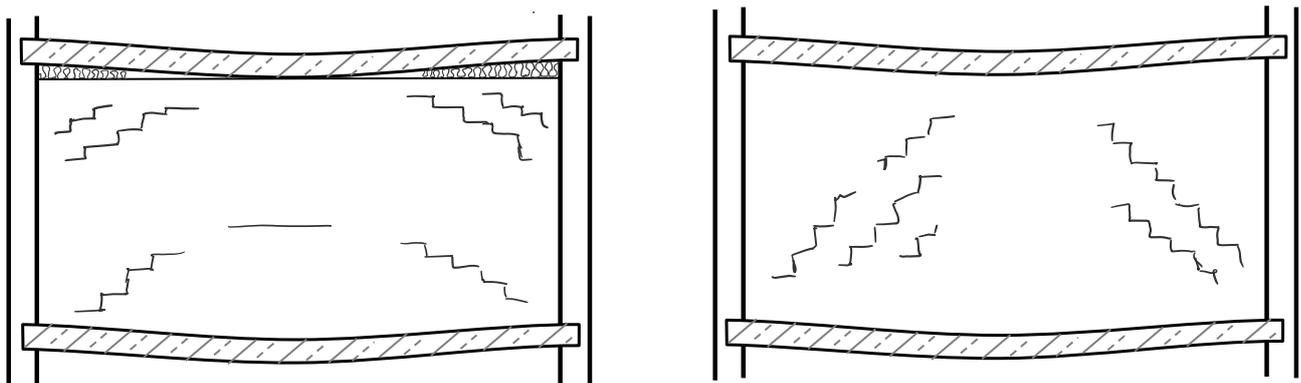


Bild 11-37 Typische Rissbildungen infolge zu großer Deckenverformungen

Für erhöhte Anforderungen durch anschließende Bauteile, die empfindlich gegenüber Biegeverformungen sind, ist zusätzlich der Verformungsanteil, der nach Einbau dieser empfindlichen Bauteile eintritt, nach Bild 11-38 zu begrenzen.

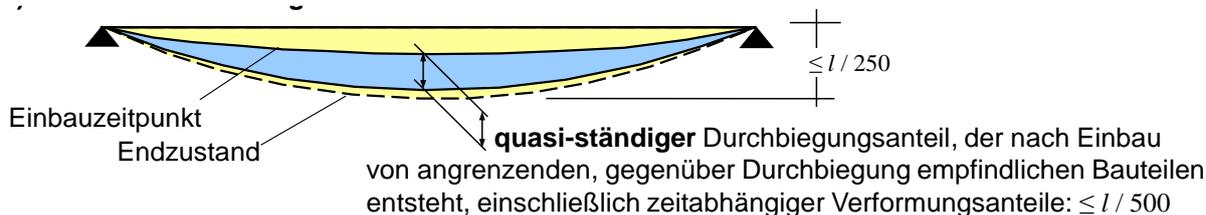


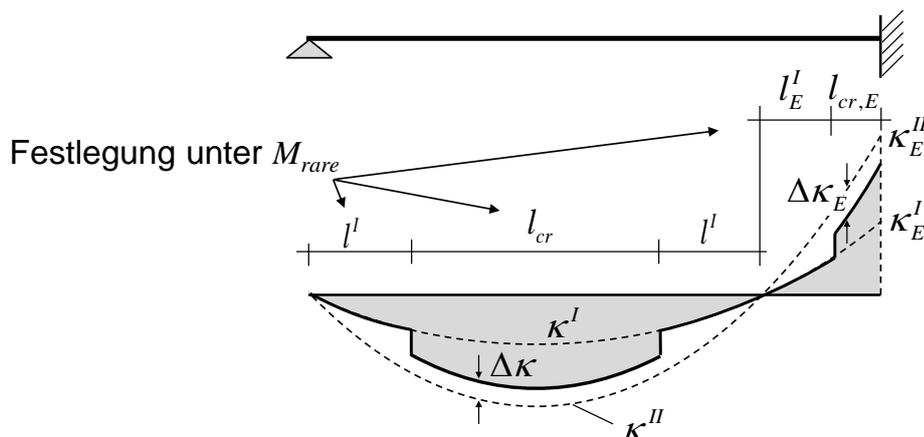
Bild 11-38 Begrenzung der Durchbiegung bei erhöhten Anforderungen

11.9 Vereinfachter Nachweis der Durchbiegung

Die Durchbiegungsberechnung von Platten aus Stahlbeton gehört zu den ältesten Themen des Stahlbetonbaus ist immer eine anspruchsvolle Aufgabe. Viele unterschiedliche Parameter sowie das besondere Tragverhalten des Stahlbetons fließen in die Berechnung ein. Ein vereinfachter Nachweis der Biegeschlankheit wird gerne in der Vordimensionierung zur Festlegung der Deckendicken genutzt. Die Regelungen aus dem EC2 sind dafür weniger geeignet, weil zunächst die Biegebewehrung über eine Bemessung bestimmt werden muss. Ein weiterer Nachteil ist die schlechte Konvergenz, sofern man an der iterativen Berechnung interessiert ist.

Von Fischer [26] wurde ein neuer Nachweis der Biegeschlankheit vorgestellt. Mit dem Neuvorschlag ist erstmals auch eine Abhängigkeit von der Belastungsintensität und dem effektiven E-Modul des Betons gelungen. Im Folgenden werden dazu Erläuterungen und kurze Hinweise gegeben. Dieser Neuvorschlag ist recht praxisnah und führt nach wenigen Iterationsschritten zu einer Mindestdicke. Zu Beginn wird auf die Grundlagen und die Durchbiegungsberechnung eingegangen.

In Abbildung Bild 11-39 ist der Krümmungsverlauf einer einachsigen gespannten Platte mit einseitiger Einspannung dargestellt, wie er sich im Gebrauchszustand bei entsprechender Rissbildung einstellt.



$$1^v \cdot f = \int_0^l M^v \cdot \kappa \cdot dx = \int_0^l M^v \cdot \frac{M}{EI} dx$$

Bild 11-39 Krümmungsverlauf für eine einseitig eingespannte Platte unter Gleichlast aus [26]

Beim Überschreiten des Rissmomentes steigt die Krümmung nahezu sprunghaft an. Dieses Verhalten ergibt sich aus der Momenten-Krümmungs-Beziehung entsprechend Bild 11-2. Zur Bestimmung der Durchbiegung müssen die Krümmungen gemäß dem Arbeitssatz abschnittsweise getrennt integriert werden.

Im gerissenen Querschnitt kann im Gebrauchszustand für die Druckzone näherungsweise von einem linearen Spannungsverlauf ausgegangen werden (Bild 11-20). Bei den umfangreichen Durchbiegungsberechnungen nach [26] wird nach Überschreiten des Rissmomentes M_{crack} (Bild 11-2) in der Zugzone eine nahezu konstante Zugspannung im Beton als Betonmitwirkung entsprechend [27] näherungsweise angesetzt (Bild 11-20). Dieser Ansatz korrespondiert sehr gut mit dem nahezu linearen Verlauf in der Phase der abgeschlossenen Rissbildung. Nachteilig ist, dass für ein vorgegebenes Moment der Spannungsverlauf nach Bild 11-20 nicht geschlossen gelöst werden kann, was ein großes Hindernis für die Durchbiegungsberechnung darstellt. Für die Berechnungen in [26] wurde ein speziell entwickeltes Näherungsverfahren verwendet, welches aber rechnerisch mehr als ausreichend genaue Ergebnisse für den Krümmungsanteil $\Delta\kappa$ aus der Betonmitwirkung liefert. Ganz selbstverständliche Grundlage für die Berechnung von Durchbiegungen ist die Kenntnis der Bewehrungsmenge und ihre Verteilung entlang des Bauteils.

In [26] wird ein neuer Näherungsansatz für die Biegeschlankheit vorgeschlagen, der alle wesentlichen Einflussparameter (Spannweite, Belastung, Betondeckung, Betongüte, E-Modul, mögliche Überhöhungen und das stat. System) berücksichtigen kann und zu einer sehr guten Übereinstimmung mit den rechnerisch genauen Bauteildicken führt, wie dies exemplarisch aus Bild 11-40 ersichtlich wird (für weitere vergleichende Diagramme siehe [26]).

Der Näherungsansatz berechnet direkt die erforderliche Dicke und nicht die statische Nutzhöhe:

$$\text{erf } h = d_1/3 + \lambda \cdot \alpha_i \cdot l \cdot \left(\frac{\lambda_c \cdot r_{perm}}{E_{c,eff}^{0,6}} \right)^{1/3} \quad (11-28)$$

Darin bedeuten:

- l Spannweite in m, es darf l_{eff} eingesetzt werden.
- r_{perm} Belastung infolge der quasi-ständigen Einwirkungskombination einschließlich des Eigengewichtes der Platte in MN/m²
- $E_{c,eff}$ effektiver Elastizitätsmodul des Betons berechnet aus $E_{cm}/(1+\varphi_\infty)$ in MN/m², Standardwerte nach Tabelle 11-4
- d_1 Abstand der Bewehrungsschwerachse zur Bauteilaußenkante im Feld in m
- λ Beiwert
 - = 1,30 für die allgemeinen Anforderungen
 - = 1,26 bei um 50% erhöhter Biegezugbewehrung
 - = 1,05 bei Ausnutzung der zulässigen Überhöhung von $l/250$ und gleichzeitigem Durchhang von $l/250$. Bei voller Überhöhung ist gleichzeitig die Deckendicke um 1 cm zu vergrößern. Zwischenwerte können linear interpoliert werden
- α_i Beiwert zur Bestimmung der „Ersatzlänge“ bei nicht gelenkigen Auflagern
 - = 0,92 bei beidseitiger Mindestteileinspannung
 - = 0,71 bei einseitig eingespannten Systemen, 0,68 bei Mindestteileinspannung auf der gelenkigen Seite

- = 0,54 bei beidseitig eingespannten Systemen
- = 1,6 bei Kragplatten

- λ_c Beiwert zur Berücksichtigung der Betonfestigkeitsklasse
- = 1,00 für C25/30
 - = 0,95 für C30/37
 - = 0,90 für C35/45
 - = 0,85 für C40/50
 - = 0,80 für C45/55

Tabelle 11-4 Standardparameter in Abhängigkeit der Betonfestigkeitsklasse gemäß [26]

Betonfestigkeitsklasse	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
E-Modul in MN/m ²	31000	33000	34000	35000	36000
Betonzugfestigkeit, Mittelwert f_{ctm} in MN/m ²	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8
Schwindmaß	0,00050	0,00048	0,00045	0,00043	0,00040
Kriechzahl	2,8	2,5	2,2	2,0	1,8
E_{c,eff}	8200	9400	10600	11700	12900

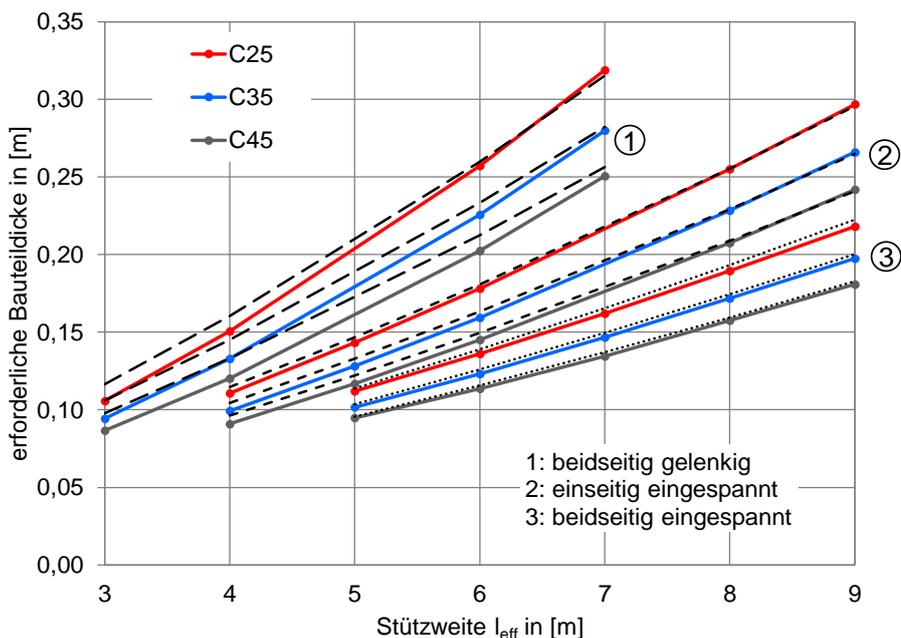


Bild 11-40 erforderliche Bauteildicke einachsig gespannter Platten für Standardwerte im Vergleich zur vorgestellten Näherungslösung (schwarz gestrichelte Linien) aus [26]

Die bei Ausnutzung der zulässigen Überhöhung von $l/250$ geringen Deckendicken sind auf keinen Fall bei den erhöhten Anforderungen zulässig. Wegen entsprechend vergrößerten Auflagerverdrehungen sollten diese geringen Dicken auch nicht ohne besondere Nachweise bei einer Auflagerung auf Mauerwerk ausgeführt werden. Die zusätzliche Vergrößerung der Deckendicke um 1 cm bei voller Überhöhung soll überproportionale Betondruckspannungen an den Einspannungen vermeiden.

Für die verschiedenen Festigkeitsklassen können ohne weitere Berechnungen die Werte der Tabelle 2 für den effektiven E-Modul verwendet werden. Erhöhungen des effektiven E-Moduls gegenüber den Standardwerten von Tabelle 2 sollten auf 30% begrenzt bleiben.

Zu dem Beiwert λ ist anzumerken, dass dieser in (11-28) nur an der Nachweisgrenze bei der Durchbiegung von $l/250$ einigermaßen konstant ist. Die günstige Wirkung einer erhöhten Biegezugbewehrung oder einer Druckbewehrung ist sehr begrenzt. Für die Anwendung bei Kragplatten wird auf [26] verwiesen.

Da auch die Belastung in die erforderliche Bauteildicke einfließt, ist ein iteratives Vorgehen unumgänglich. Die Iteration kann aber meist schon nach dem 2. Schritt mit einer sehr guten Genauigkeit beendet werden.

Beispiel (Abb. 9): einseitig eingespannte Platte mit einer Mindesteinspannung im Mauerwerk am gelenkigen Lager, $d_1 = 3$ cm, $E_{c,eff} = 10600$ MN/m² nach Tabelle 11-4

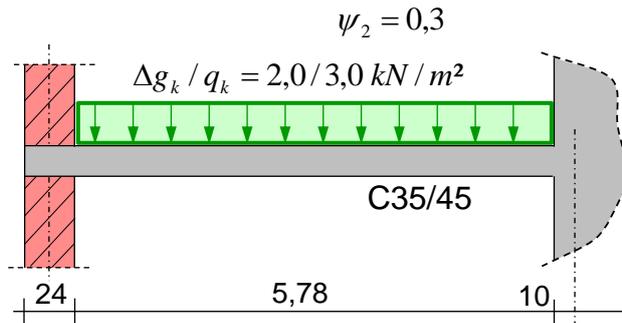


Bild 11-41 Beispiel einer einachsigen gespannten Platte aus [26]

$l_{eff} = 5,96$ m, mit der vorgeschätzten Bauteildicke 20 cm ergibt sich nach Glg. (11-28):

$$\text{erf } h = \frac{0,03}{3} + 1,3 \cdot 0,68 \cdot 5,96 \cdot \left(\frac{0,9 \cdot (0,20 \cdot 25 + 2,0 + 0,3 \cdot 3,0)}{10^3 \cdot 10600^{0,6}} \right)^{1/3}$$

$$= 0,169 \text{ m}$$

Bereits nach dem 2. Iterationsschritt wird mit $h = 0,163$ m eine ausreichend genaue Plattendicke ermittelt. Nach dem 3. Iterationsschritt ergäbe sich 0,162 m. Bei einer Durchbiegungsberechnung gemäß Abschnitt 3 erhält man als erforderliche Plattendicke 0,159 m.

Wenn man zunächst eine dickere Plattendicke vorschätzt, liegt das Ergebnis bei einem frühen Abbruch der Iteration immer auf der sicheren Seite. Es wird nochmals darauf hingewiesen, dass es sich bei dem Ergebnis schon um die erforderliche Plattendicke und nicht um die statische Höhe handelt.

11.9.1 Besonderheiten bei Kragplatten

Die Regelungen für Kragplatten nach EC2 hinsichtlich der zulässigen Durchbiegung und des k -Wertes müssen kritisch überprüft werden. Ein offensichtliches Missverständnis hierzu wird aus Zeile 2 von Tab. 12 aus [27] deutlich: Nachweis Durchhang Endzustand Kragträger ($\leq l_i/250$ mit $l_i = 2,5$ fache Kraglänge l_{eff}) mit dem sich daraus ergebenden Grenzwert $\leq 2,5 \cdot l_{eff}/250 = l_{eff}/100$. Würde man stattdessen auf der Seite der Biegeschlankheit einen strengeren Grenzwert der 5fachen Kraglänge l_{eff} verlangen, dann ergäbe sich andererseits eine sehr große zulässige Durchbiegung mit dem Grenzwert $\leq l_{eff}/50$. Mit dieser Diskrepanz wird der Widerspruch zwischen zulässiger Durchbiegung und k -Wert deutlich.

Die erf. Bauteildicken nach Bild 11-42 erf. Bauteildicke von Kragplatten für Standardwerte im Vergleich zur vorgestellten Näherungslösung (schwarz gestrichelte Linien) und zur EC2-Regelung (grün gestrichelte Linien) aus [26] wurden nicht mit der zulässigen Durchbiegung von $l/100$, sondern mit einer etwas strengeren Forderung von $l/125$ ermittelt und trotzdem fallen die Bauteildicken deutlich geringer aus als nach EC2 und früheren Regelungen aus der DIN 1045. Sowohl die zulässige Durchbiegung als auch die bisher sehr strengen Ersatzstützweiten für Kragarme sollten einer genaueren Überprüfung unterzogen werden.

Bei nicht gestaffelter Kragbewehrung ist die Durchbiegung einer Kragplatte mit halber Länge der Einfeldplatte geringer als die der Einfeldplatte (Bild 11-43). Der Unterschied wird im gerissenen Zustand noch vergrößert, so dass bei der Ersatzstützweite ein Wert kleiner als 2,0 erwartet werden kann, im EC2 wird aber 2,5 und in der DIN 1045 wurde 2,4 verwendet. Die eigenen Untersuchungen ergaben bei nicht gestaffelter Bewehrung einen vorsichtig angegebenen Wert von 1,6 für den starr eingespannten Kragarm.

Für Kragplatten, die an benachbarte Felder anschließen, ist das Verformungsverhalten deutlich schwieriger einzuschätzen. Für den Fall, dass das Kragmoment gleich dem Volleinspannmoment des Nachbarfeldes ist, geht man zunächst von einer horizontalen Tangente an die Biegelinie wie bei einer Starreinspannung der Kragplatte aus. Die Rissbildung im Nachbarfeld führt aber in diesen Fällen zu einer Neigung der Tangente, die die Durchbiegung der Kragplatten vergrößert oder verkleinert. Vergrößert werden kann sie durchaus in nennenswertem Anteil an der zulässigen Durchbiegung insbesondere in den Fällen, in denen die Nachbarfelder weitestgehend ungerissen bleiben (großes d_1/h -Verhältnis, hohe Betongüte).

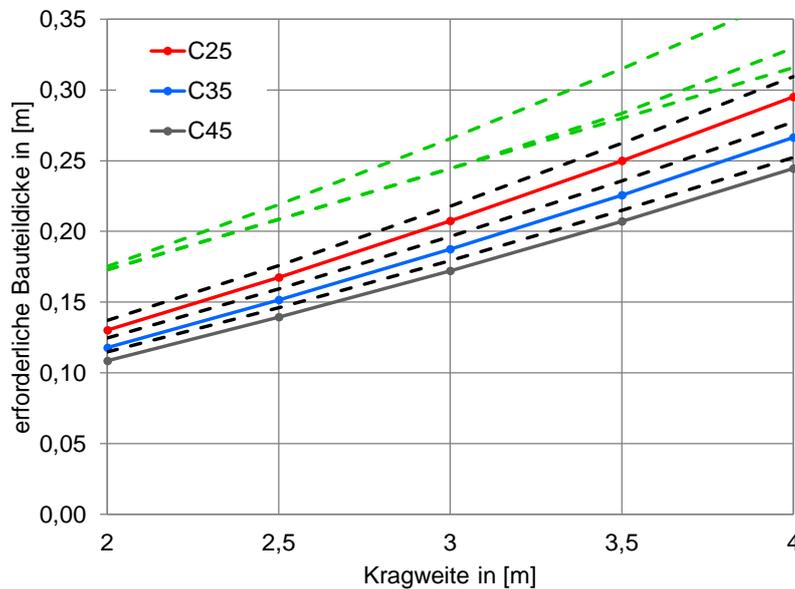


Bild 11-42 erf. Bauteildicke von Kragplatten für Standardwerte im Vergleich zur vorgestellten Näherungslösung (schwarz gestrichelte Linien) und zur EC2-Regelung (grün gestrichelte Linien) aus [26]

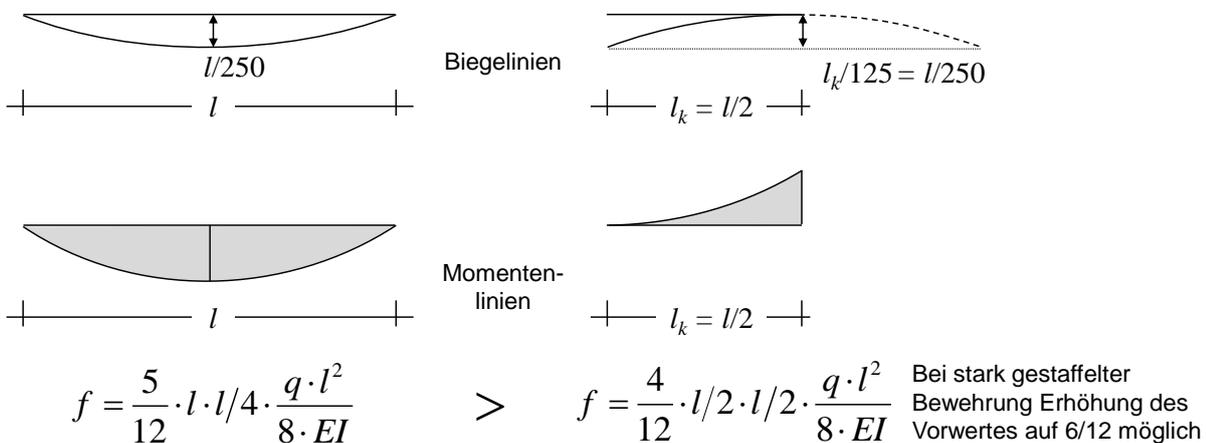


Bild 11-43 Vergleich der Durchbiegungen von Einfeld- und Kragssystemen

12 Allgemeine Bewehrungsregeln

In diesem Abschnitt werden Regelungen für den Betonstahl zu den Themen Biegen, Verbund, Verankerung, Abstände und Stoßausbildung behandelt (EC2 Abschnitt 8, bzw. DIN 1045-1, Abschnitt 12). Zu Regelungen für Stabbündel und Spannglieder wird auf EC2, Abschnitt 8.9 und 8.10 verwiesen.

12.1 Biegen von Betonstahl

Für die einzuhaltenden Mindestbiegeradien ist die Tabelle 8.1DE von EC2 zu beachten. Regelungen zum Hin- und Zurückbiegen: EC2, Abschnitt 8.3 (NA4) bis (NA7).

12.2 Verbund zwischen Betonstahl und Beton

Der Verbund wird bereits in Abschnitt 2.1.4 als zentrale Eigenschaft des Tragverhaltens des Verbundwerkstoffes Stahlbeton einführend erläutert.

Der Verbund ist insbesondere zur Einleitung von Kräften vom Beton in den Betonstahl erforderlich. Eingebürgert hat sich hierfür der Begriff Verankerung, der einen entgegengesetzten Kraftfluss vermuten lässt. Krafteinleitungen / Verankerungen sind an den Stellen im Bauteil notwendig, wo Bewehrungen gestaffelt eingebaut werden oder Krafteinleitungen an einem Bauteilende stattfinden.

12.3 Verankerung von Betonstäben

Die Verankerungskräfte werden mehr oder weniger rotationssymmetrisch um den Betonstahl herum übertragen. Dabei entstehen kegelförmige Druckspannungsfelder und ringförmige Zugspannungen.

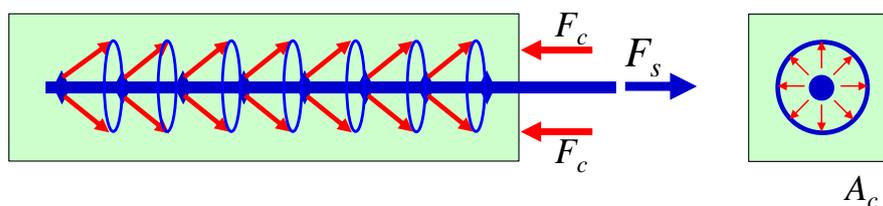


Bild 12-1 Krafteinleitung in den Betonstahl bzw. Verankerung des Betonstahls

Dieser komplexe Tragmechanismus wird gedanklich auf eine über die Oberfläche des Stabes verteilte Verbundspannung reduziert. Die Kraftübertragungslänge und die Verteilung der Verbundspannung hängen stark vom Beanspruchungsniveau ab (siehe Bild 12-2). Da uns in erster Linie der Grenzzustand der Tragfähigkeit interessiert - er liegt zwischen dem Gebrauchszustand und dem tatsächlichen Bruchzustand - kann vereinfachend eine konstante Verbundspannung angenommen werden, deren maximale Größe, wir nennen sie Verbundfestigkeit, aus Versuchen bestimmt wird.

Bei einer konstanten Verbundspannung wächst die Stahlkraft linear an. Die Verbundstrecke, die zur vollständigen Krafteinleitung benötigt wird, nennt man Verankerungslänge. Sie wird im nachfolgenden Abschnitt ermittelt.

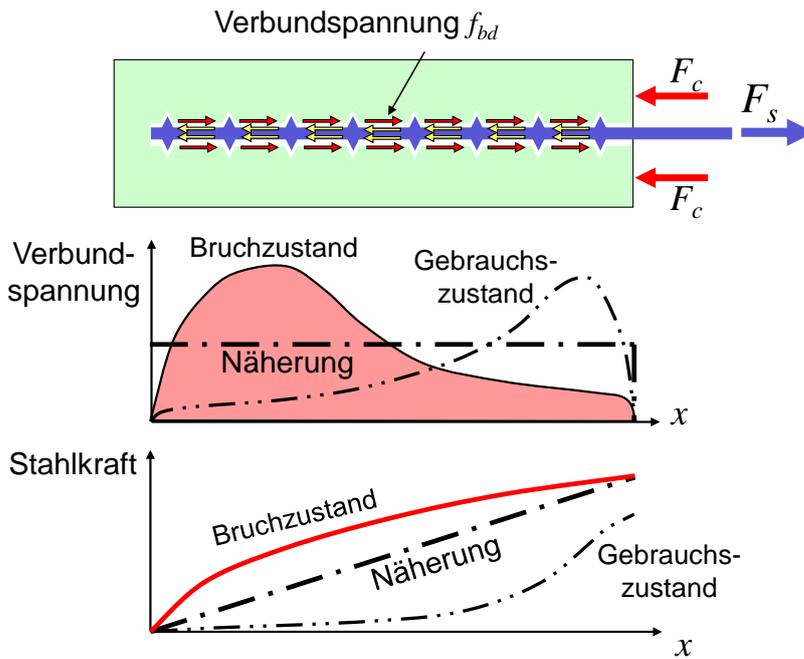


Bild 12-2 Verlauf der Verbundspannungen entlang einer Verankerung

12.3.1 Grundwert der Verankerungslänge

Der sogenannte Grundwert der Verankerungslänge nach EC2, 8.4.3 kann aus einer Gleichgewichtsbetrachtung ermittelt werden.

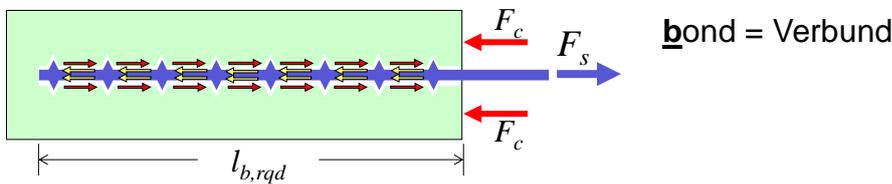


Bild 12-3 Verankerungslänge

Die Gleichgewichtsbedingung lautet:

$$F_{sd} = f_{bd} \cdot l_{b,rqd} \cdot u_s \quad \text{und mit} \quad F_{sd} = A_s \cdot \sigma_{sd} \quad \text{und} \quad A_s = \frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4} \quad \text{und} \quad u_s = \pi \cdot \varnothing \quad (12-1)$$

ergibt sich der Grundwert der Verankerungslänge:

$$l_{b,rqd} = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \quad \text{bzw.} \quad l_{b,rqd} = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \cdot \frac{A_{s,erf}}{A_{s,vorh}} \quad (12-2)$$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c}$$

$\eta_1 = 1,0$ bei guten Verbundbedingungen
 $\eta_1 = 0,7$ bei „mäßige“ Verbundbedingungen,
 z.B. auch bei Herstellung im
 Gleitbauverfahren
 $\eta_2 = 1,0$ für $\varnothing \leq 32$ mm
 $\eta_2 = \frac{132 - \varnothing}{100}$ für $\varnothing > 32$ mm

gute Verbundbedingungen

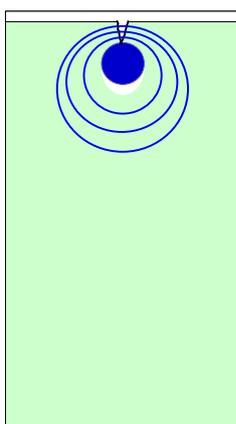
f_{ck}	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
DIN 1045-1	2,0	2,3	2,7	3,0	3,4	3,7	4,0	4,3	4,4	4,5	4,7	4,8	4,9	4,9
EC2 + NA	2,00	2,32	2,69	3,04	3,37	3,68	3,99	4,28	4,43	4,57	4,57	4,57	4,57	4,57

mäßige Verbundbedingungen

f_{ck}	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
DIN 1045-1	1,40	1,61	1,89	2,10	2,38	2,59	2,80	3,01	3,08	3,15	3,29	3,29	3,43	3,43
EC2 + NA	1,40	1,62	1,89	2,13	2,36	2,58	2,79	2,99	3,10	3,20	3,39	3,56	3,71	3,85

Bild 12-4 Bemessungswerte der Verbundspannung für Betonstahl mit $\eta_2 = 1,0$ **12.3.1.1 Verbundbedingungen**

Gute Verbundbedingungen sind nicht immer vorhanden. Verschiedene Einflüsse reduzieren die Qualität des Verbundes.



- Sacken des Frischbetons bei großen Bauteilhöhen, Gefahr von Setzrisse
- Ablösen des Betons von der Bewehrung
- reduzierter Umfang zur Übertragung von Verbundspannungen und vorzeitiger Ausfall der Ringzugspannungen

Bild 12-5 Einflüsse auf die Qualität des Verbundes

Setzrisse sind besonders an Bauteiloberflächen ab einer gewissen Frischbetonhöhe zu beobachten. Nach DIN 1045-1, Bild 54 gelten folgende Festlegungen hinsichtlich von guten und mäßigen Verbundbedingungen:

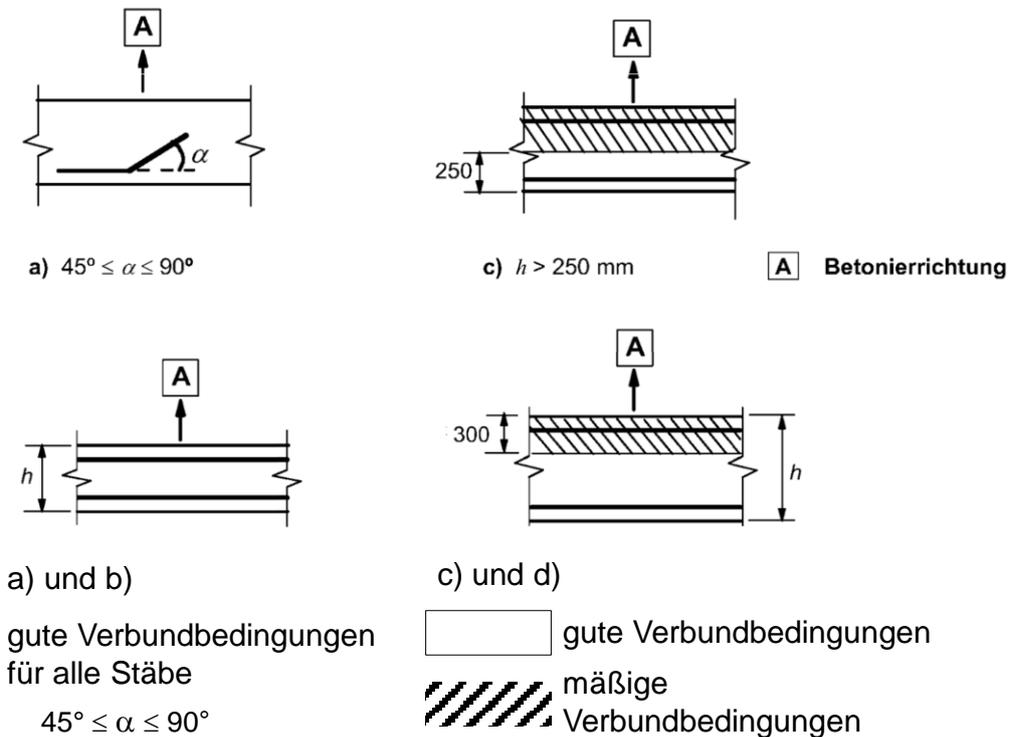


Bild 12-6 Verbundbedingungen in Abhängigkeit von der Lage der Bewehrung im Bauteil beim Betonieren aus [12]

Gute Verbundbedingungen für liegend betonierte, stabförmige Bauteile, z.B. Fertigteilstützen liegen vor, wenn nicht dicker als 50 cm sind und mit Außenrüttlern verdichtet werden.

Mäßige Verbundbedingungen gelten für Bauteile, die im Gleitbauverfahren hergestellt werden.

12.3.2 Bemessungswert der Verankerungslänge

Die Verankerung ist noch von weiteren Parametern abhängig, diese sind insbesondere die Form der Bewehrung am Stabende.

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,reqd} \geq l_{b,min} \quad (12-3)$$



Bei gebogenen Zugstäben ist l_{bd} dann aufgrund eines kleineren α_1 -Wertes geringer.
 Bei Druckstäben sind gebogene Stabenden unzulässig.

Bei gebogenen Stäben ist diese Vorgehensweise in Deutschland unüblich. Hier wird die Ersatzverankerungslänge $l_{b,eq}$ verwendet.

gemäß NA: α_2 ist i.d.R. 1,0

Im folgenden wird eine Abminderung über α_3 nicht betrachtet



Für die Mindestverankerungslänge gilt:

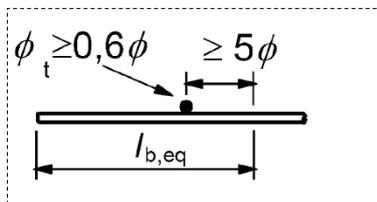
- $l_{b,min} = 0,3 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_4 \cdot l_{b,rqd} \geq 10 \cdot \emptyset$ für Zugstäbe, ($6,7 \cdot \emptyset$ bei Zug und zugleich direkter Lagerung)
- $l_{b,min} = 0,6 \cdot l_{b,rqd} \geq 10 \cdot \emptyset$ für Druckstäbe,

Bei dem Mindestwert der Verankerungslänge darf der Ausnutzungsgrad *erf. A_s / vorh. A_s* nicht zusätzlich berücksichtigt werden

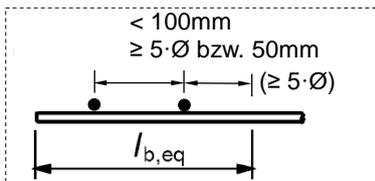
Alternativ darf für l_{bd} die Verankerung mit der Ersatzverankerungslänge $l_{b,eq}$ entsprechend dem nachfolgenden Abschnitt nachgewiesen werden.

12.3.3 Ersatzverankerungslänge von Zugstäben nach [12]

$$l_{b,eq} = \alpha_1 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad \text{ggf. Erhöhung bei Querzug oder Abminderung an direkten Auflagern (s.o.)}$$



mit **einem** angeschweißtem Querstab $\alpha_1 = 1,0$
 $\alpha_4 = 0,7$

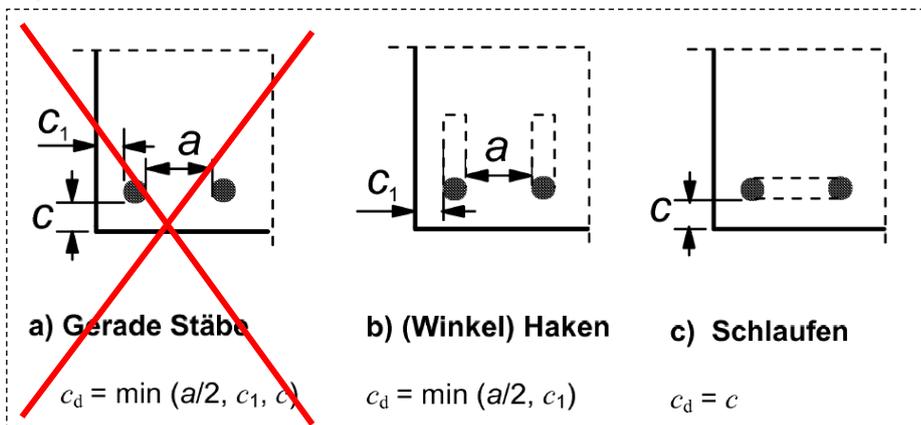


mit **zwei** angeschweißten Querstäben $\alpha_1 = 1,0$
 $\alpha_4 = 0,5$

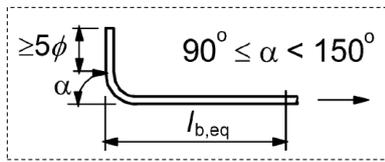
Nur zulässig bei Einzelstäben mit $\emptyset \leq 16\text{mm}$ und bei Doppelstäben mit $\emptyset \leq 12\text{mm}$

Im Folgenden wird die Bestimmung von α_1 bei **gebogenen** Stäben abhängig von der vorhandenen Betondeckung.

c_d -Werte nach EC2, Bild 8.3



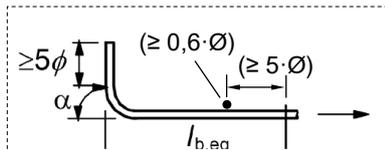
$$l_{b,eq} = \alpha_1 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad \text{ggf. Erhöhung bei Querkzug oder Abminderung an direkten Auflagern (s.o.)}$$



bei Winkelhaken

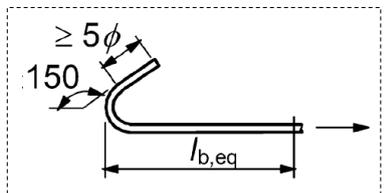
$\alpha_1 = 0,7$ sofern $c_d \geq 3 \cdot \emptyset$, sonst

$\alpha_1 = 1,0$



$\alpha_4 = 1,0$

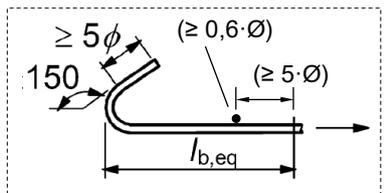
$\alpha_4 = 0,7$ bei angeschweißtem Querstab vor



bei Haken

$\alpha_1 = 0,7$ sofern $c_d \geq 3 \cdot \emptyset$, sonst

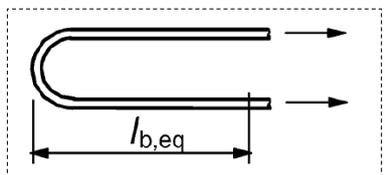
$\alpha_1 = 1,0$



$\alpha_4 = 0,7$ sofern $c_d \geq 3 \cdot \emptyset$, sonst

$\alpha_4 = 1,0$

$\alpha_4 = 0,7$ bei angeschweißtem Querstab vor Krümmungsbeginn

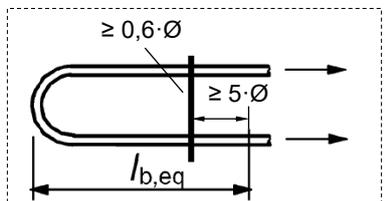


bei Schlaufen

$\alpha_1 = 0,7$ sofern $c_d \geq 3 \cdot \emptyset$

$\alpha_1 = 0,5$ sofern $c_d > 3 \cdot \emptyset$ und Biegerollendurchmesser $\geq 15 \cdot \emptyset$

sonst $\alpha_1 = 1,0$

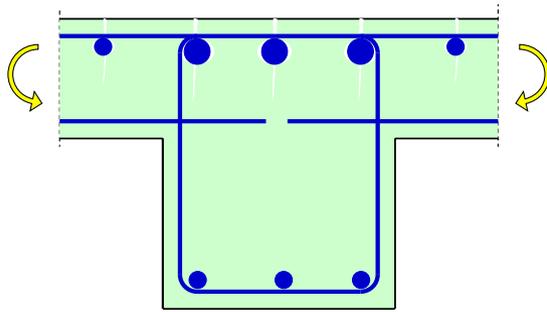


$\alpha_4 = 0,7$ bei angeschweißtem Querstab vor Krümmungsbeginn

Bei einer Kombination mit $\alpha_1 = 0,7$ ist als Produkt 0,5 anzusetzen

Bei direkter Lagerung darf $\alpha_5 = 2/3$ gesetzt werden. Für nicht angeschweißte Querstäbe kann α_3 angesetzt werden, wird hier jedoch nicht erläutert.

Alle Bilder sind [12] entnommen.



Querzug führt zur Minderung der Verbundqualität und damit zu einer Vergrößerung der Verankerungslänge mit Faktor $\alpha_5 = 1,5$

weitere Beispiele für Querzug sind:
zweiachsig gespannte Flächentragwerke oder indirekte Auflagerungen bei Balken

Wird bei vorwiegend ruhender Belastung die Rissbreite infolge Querzug auf 0,2 mm begrenzt (Nachweise entsprechend DIN 1045-1, 11), so darf auf die Vergrößerung der Verankerungslänge infolge Querzug verzichtet werden.

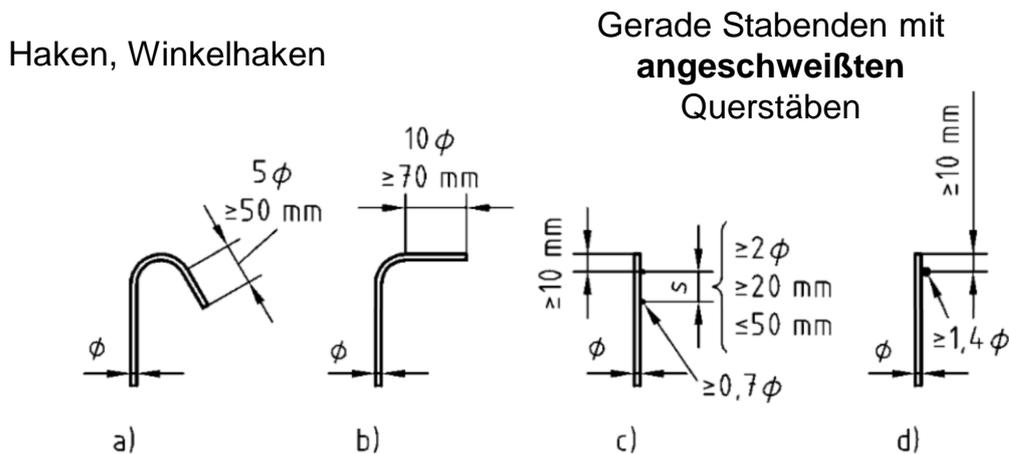
Bild 12-7 Einfluss von Querzug auf die Verbundfestigkeit

Querdrücke hingegen ermäßigen die Verankerungslänge, hierfür ist der Faktor von $(1 - 0,04 \cdot p) > 0,7$ zulässig, p ist dabei der mittlere Querdruck im Verbundbereich.

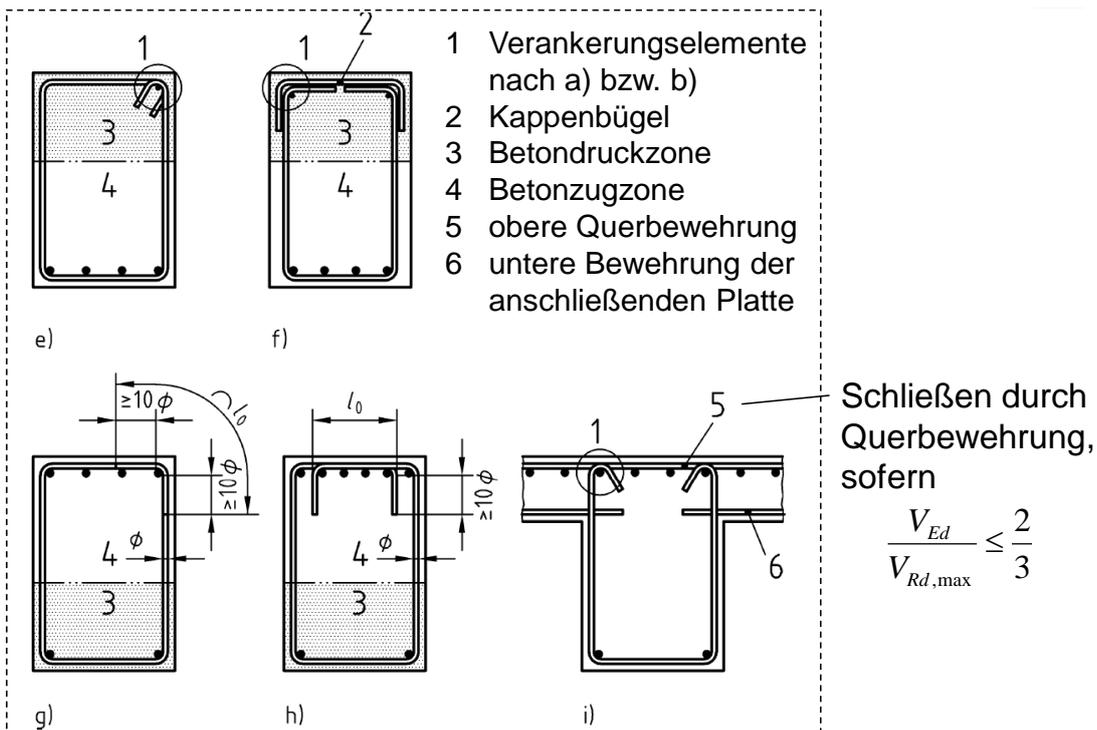
Hinweis:

Anstelle des Nachweises einer Verankerungslänge sollte viel sinnvoller ein Nachweis der Verbundspannung geführt werden bzw. an Auflagern die aufnehmbare Kraft an der Auflagervorderkante berechnet werden.

Verankerungen für Bügel und Querkraftbewehrungen bei Balken und Plattenbalken [12]:



für c) und d) darf i.d.R. die Betondeckung nicht weniger als $3 \cdot \varnothing$ oder 50mm betragen



12.3.4 Querbewehrung im Verankerungsbereich

Infolge der Verbundbeanspruchung besteht die Gefahr des Abplatzens der Betondeckung. Die Querkzugkräfte müssen durch eine Querbewehrung aufgenommen werden. Die nach EC2, Abschnitt 9 geforderten Bügelabstände von Balken oder Stützen oder Querbewehrung von Platten oder Wänden ist hierfür i. d. R. ausreichend: ΣA_{st} mind. 25% der Querschnittsfläche eines einzelnen Stabes innerhalb seiner Verankerungslänge. Sonderregelungen für Stabdurchmesser > 32 mm sind zu beachten.

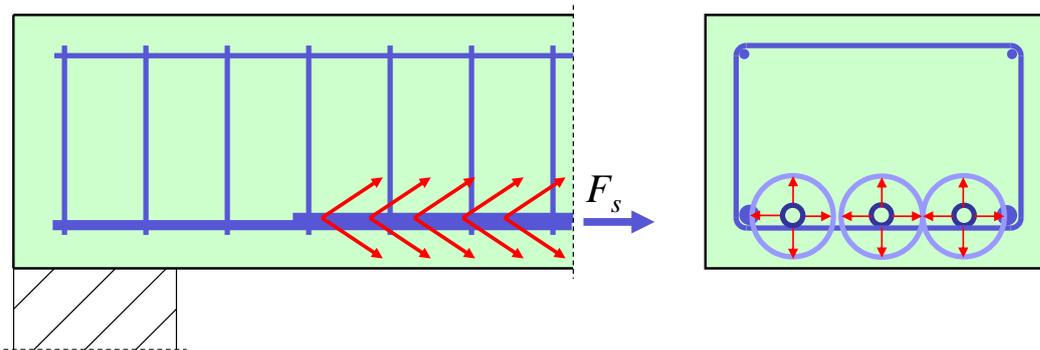


Bild 12-8 Gefahr des Abplatzens durch Verbundkräfte

12.4 Bewehrungsstöße

Bewehrungsstöße werden in sehr langen Bauteilen und insbesondere an Arbeitsfugen erforderlich. Als mechanische Verbindungen gelten Schraub- und Muffenstöße. Ein Schweißen der Bewehrung ist ebenso möglich. Am häufigsten wird allerdings ein indirekter Stoß durch parallele Übergreifung der Bewehrungsstäbe ausgeführt, da er am kostengünstigsten ist, sofern genügend Platz zum Einbau vorhanden ist.

Generell gilt für Stöße, dass sie außerhalb der Stellen größter Beanspruchung gelegt werden sollen, da Stöße immer Schwachstellen darstellen. Bei nebeneinander angeordneten Stößen sollte immer ein Versatz ausgebildet werden, um örtliche Überbeanspruchungen zu vermeiden.

Mechanische Verbindungen werden durch allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen geregelt. Druckstöße durch direkten Kontakt können unter Beachtung gesonderter Regelungen in Stützen ausgeführt werden.

Übergreifungsstöße für Stabdurchmesser > 32 mm dürfen nur in überwiegend auf Biegung beanspruchten Bauteilen verwendet werden.

Im Folgenden werden nur Übergreifungsstöße behandelt.

12.4.1 Übergreifungslänge

Analog zur Verankerungslänge gibt es die sogenannte Übergreifungslänge, die etwa doppelt so lang wie die Verankerungslänge ist.

$$l_0 = \alpha_1 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{0,min} \tag{12-4}$$

α_6 ist nach Tabelle 8.3DE des EC2 zu bestimmen (siehe Bild 12-9).

Eine Abminderung über α_3 bleibt im Folgenden unberücksichtigt.

Für die Mindestübergreifungslänge gilt:

$$l_{0,min} = 0,3 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd} \geq 15 \cdot d_s$$

$$\geq 200mm$$

Bei $l_{b,rqd}$ ist der Ausnutzungsgrad mit 1,0 in Rechnung zu stellen.

EC2, Tabelle 8.3DE – Beiwerte α_6 für die Übergreifungslänge

Zeile	Spalte		1	2
			Anteil der ohne Längsversatz gestoßenen Stäbe am Querschnitt einer Bewehrungslage	
			≤ 33 %	> 33 %
1	Zugstoß	$d_s < 16 \text{ mm}$	1,2 ^a	1,4 ^a
2		$d_s \geq 16 \text{ mm}$	1,4 ^a	2,0 ^b
3	Druckstoß		1,0	1,0

^a Falls $a \geq 8 \cdot \emptyset$ und $c_1 \geq 4 \cdot \emptyset$ gilt $\alpha_6 = 1,0$
^b Falls $a \geq 8 \cdot \emptyset$ und $c_1 \geq 4 \cdot \emptyset$ gilt $\alpha_6 = 1,4$

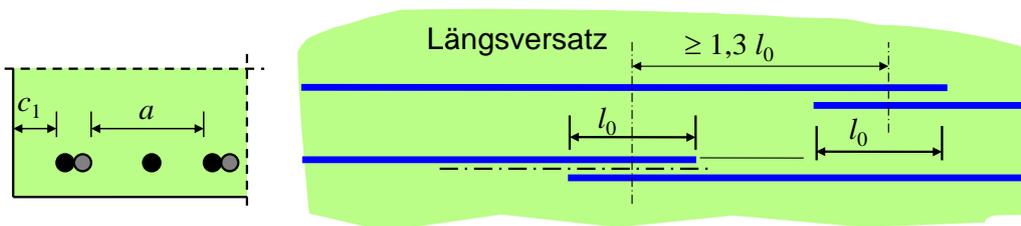
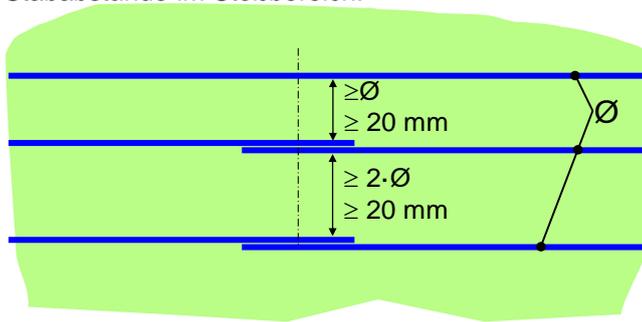


Bild 12-9 Beiwerte α_6 und längsversetzter Stoß

lichte Stababstände im Stoßbereich:



Wenn lichter Abstand der gestoßenen Stäbe $> 4 \cdot \varnothing$, dann l_0 um Differenz aus lichtem Abstand und $4 \varnothing$ vergrößern!

Bild 12-10 Mindestabstände im Stoßbereich und Stoßverlängerung bei großem Abstand

12.4.2 Querbewehrung im Bereich von Übergreifungsstößen

Für die Querbewehrung in Stoßbereichen werden strengere Anforderungen als in Verankerungsbereichen gestellt. Nur bei Stabdurchmessern < 20 mm oder einem Stoßanteil von höchstens 25 % genügen die üblichen Querbewehrungen analog wie bei der Querbewehrung in Verankerungsbereichen.

Die Querbewehrung liegt zwischen der Längsbewehrung und der Bauteiloberfläche.

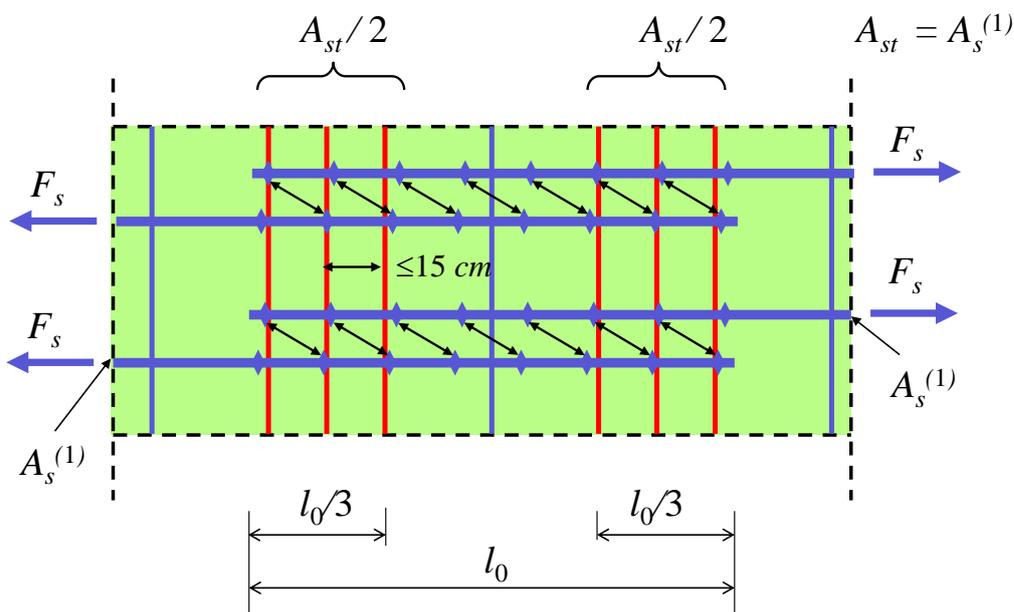


Bild 12-11 Größe und Verteilung der Querbewehrung eines Zugstoßes

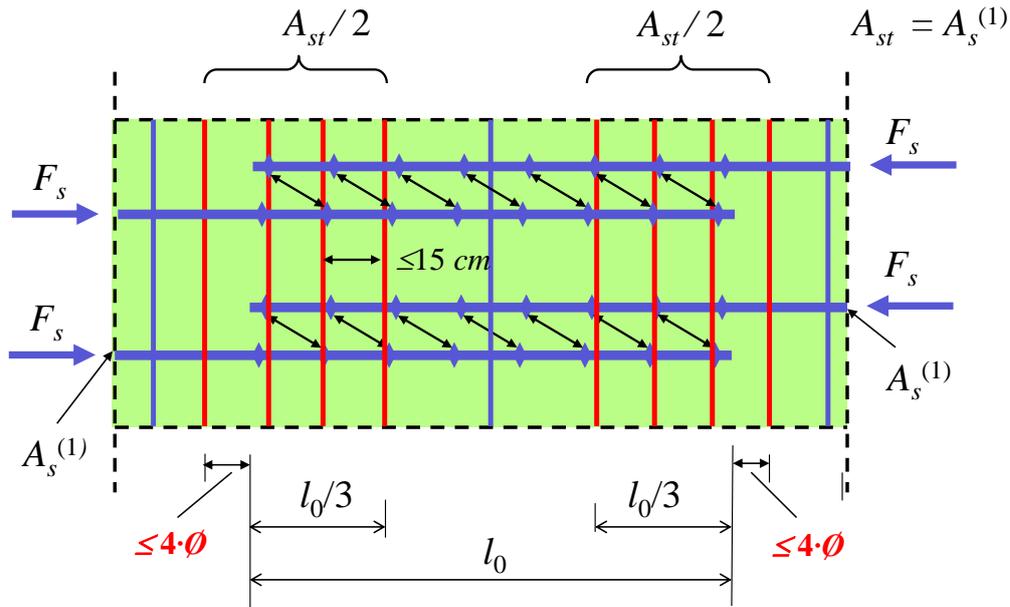
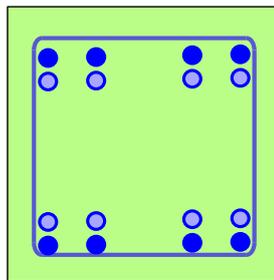


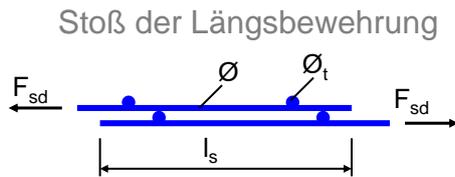
Bild 12-12 Größe und Verteilung der Querbewehrung eines Druckstoßes

Querbewehrung bügelartig ins Bauteilinnere verankern, wenn mehr als 50% gestoßen werden und $a \leq 10 \cdot \emptyset$. In flächigen Bauteilen gerade; bügelartig nur, wenn $a \leq 5 \cdot \emptyset$ oder gerade wenn l_0 um 30% vergrößert wird. Bei um $0,5 \cdot l_0$ versetzten Stoßmitten gerader Stäbe ist keine bügelartige Umschließung erforderlich.

Bei einer mehrlagigen Bewehrung mit einem Stoßanteil $> 50\%$ oder bei einem Zwei-Ebenen-Stoß sind die Bügel für den Querschnitt aller gestoßenen Stäbe zu bemessen.



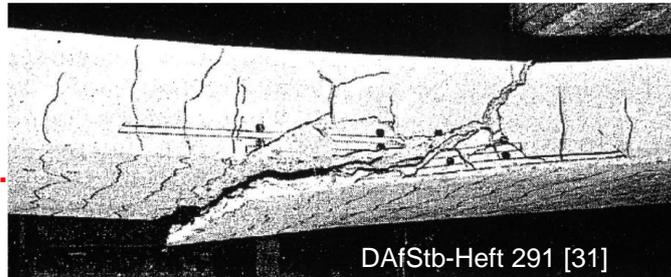
12.4.3 Zwei-Ebenen-Stoß von Betonstahlmatten



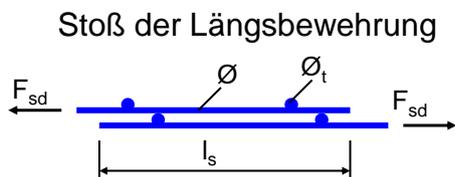
grundsätzlich nur in Bereichen mit $\sigma_{sd} \leq 0,8 \cdot f_{yd}$

Betonstahlmatten mit $a_s \leq 12 \text{ cm}^2/\text{m}$ dürfen ohne Längsversatz gestoßen werden.

Zwei-Ebenen-Stöße müssen für $a_s > 6 \text{ cm}^2/\text{m}$ bügelartig umfasst werden. Empfehlung: Vorratsmatten!



1) Ein-Ebenen-Stoß: wie Stabstahl ohne Anrechnung der Querstäbe



Übergreifungslänge

$$l_0 = \alpha_7 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{0,\min}$$

Beiwert zur Berücksichtigung des Mattenquerschnittes

$$\alpha_7 = 0,4 + \frac{a_{s,vorh}}{8} \geq 1,0$$

$$\leq 2,0$$

Mindestwert der Übergreifungslänge

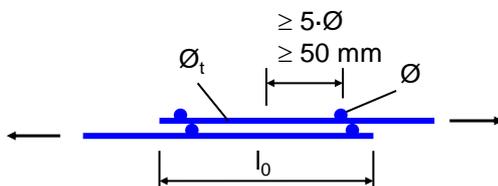
$$l_{0,\min} = 0,3 \cdot \alpha_7 \cdot l_{b,rqd} \geq s_q$$

$$\geq 200 \text{ mm}$$

hierbei ist *erf. A_s / vorh. A_s* mit 1,0 in $l_{b,rqd}$ anzusetzen.

s_q : Abstand der geschweißten Querstäbe

Bild 12-13 Zwei-Ebenen-Stoß der Längsbewehrung von Betonstahlmatten



EC2, Tabelle 8.4 – Erforderliche Übergreifungslängen von Stößen der Querbewehrung

(NA) ↓

Spalte	1	2	3	4
	Stabdurchmesser der Querstäbe			
	$d_s \leq 6 \text{ mm}$	$d_s > 6 \text{ mm}$ $d_s \leq 8,5 \text{ mm}$	$d_s > 8,5 \text{ mm}$ $d_s \leq 12 \text{ mm}$	$d_s > 12 \text{ mm}$
Mindestübergreifungslänge der Querstäbe	$\geq 1 \text{ MW}$ $\geq 150 \text{ mm}$	$\geq 2 \text{ MW}$ $\geq 250 \text{ mm}$	$\geq 2 \text{ MW}$ $\geq 350 \text{ mm}$	$\geq 2 \text{ MW}$ $\geq 500 \text{ mm}$
MW: Maschenweite				

Bild 12-14 Zwei-Ebenen-Stoß der Querbewehrung von Betonstahlmatten

13 Zugkraftdeckung

In Abschnitt 7 wurde die Biegebemessung im GZT als Querschnittsbemessung für die Stellen der größten Beanspruchung durchgeführt. Die Zugkraftdeckung gibt Auskunft darüber, über welche Länge Bewehrungsstäbe im Bauteil ausgebildet werden müssen. Als Ergebnis ergibt sich für die Bewehrung eine Abstufung über die Bauteillänge. Diese Abstufung der Bewehrung wird nur indirekt entsprechend der Momentenlinie vorgenommen. Die Momentenlinie, bzw. die sich daraus ergebende Zugkraftlinie muss noch um ein zu bestimmendes Maß „versetzt“ werden. Dieses Versatzmaß wird im nachfolgenden Abschnitt ermittelt.

13.1 Versatzmaß

Grundlage der Bemessung ist das Fachwerkmodell. In Bild 13-1 ist der Verlauf der Gurtkräfte am Beispiel eines Einfeldträgers mit Einzellast in Feldmitte angegeben. Dabei können Kraftdifferenzen zur Zugkraftlinie, die sich aus dem Momentenverlauf durch Division durch den inneren Hebelarm ergeben, festgestellt werden. Für den Zuggurt gibt es eine Kraftzunahme, für den Druckgurt eine Kraftreduzierung, die jedoch nicht weiter beachtet werden muss.

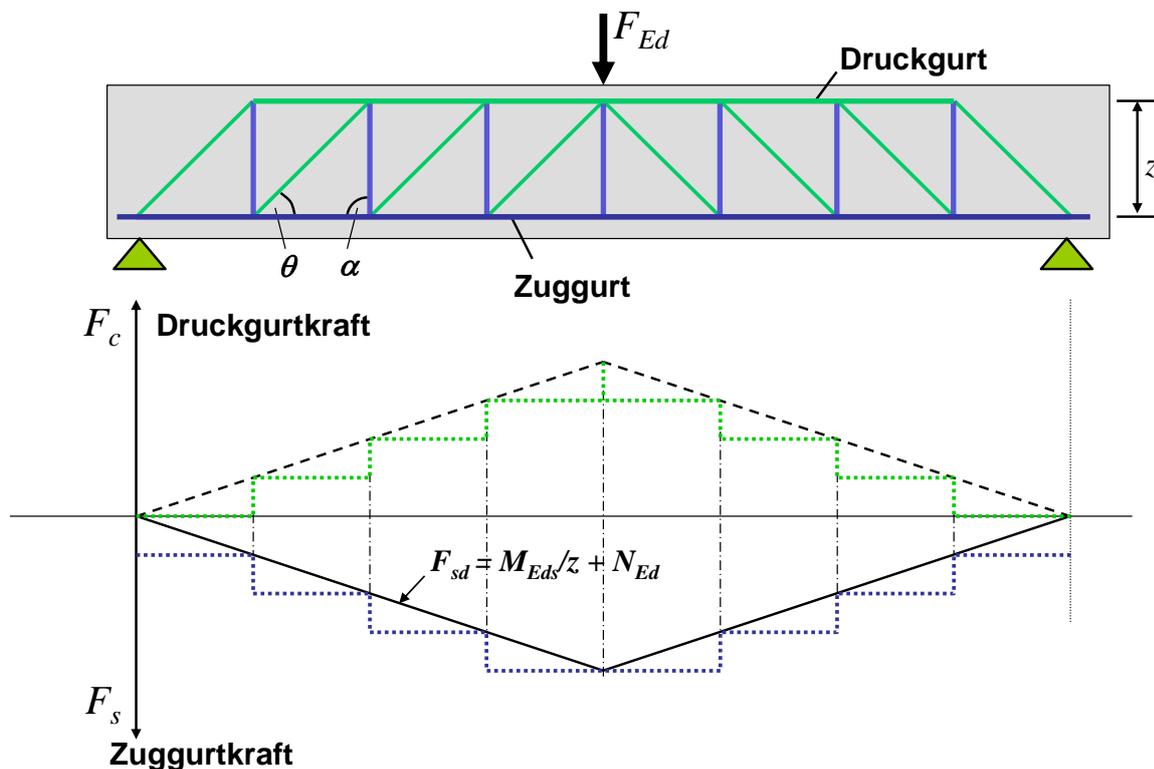


Bild 13-1 Kräfte im Ober- und Untergurt beim stat. best. Fachwerkmodell

Stellt man sich das Tragverhalten etwas genauer durch ineinander verschachtelte Fachwerke vor, so nähert sich der Kraftverlauf des Untergurtes der sogenannten versetzten Zugkraftlinie an (Bild 13-2).

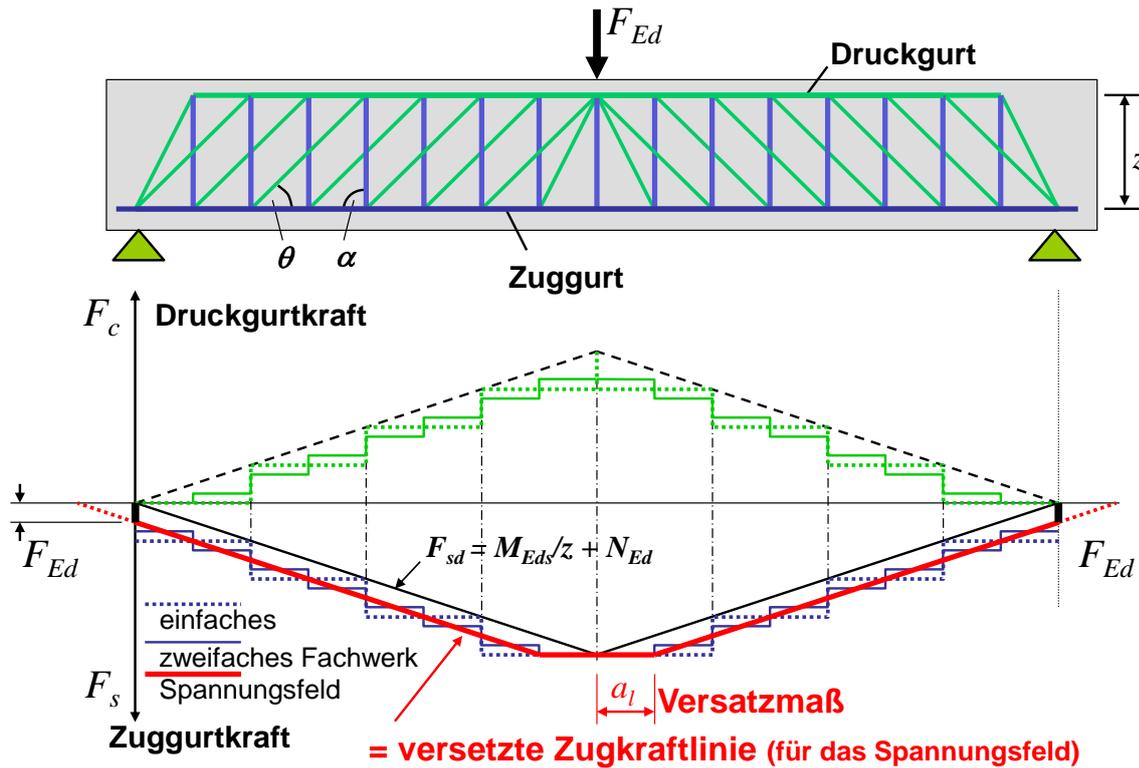


Bild 13-2 Kräfte im Ober- und Untergurt beim stat. unbest. Fachwerkmodell

Nach Bild 13-3 und Bild 13-4 kann die Zusatzkraft für den Zuggurt rechnerisch ermittelt werden.

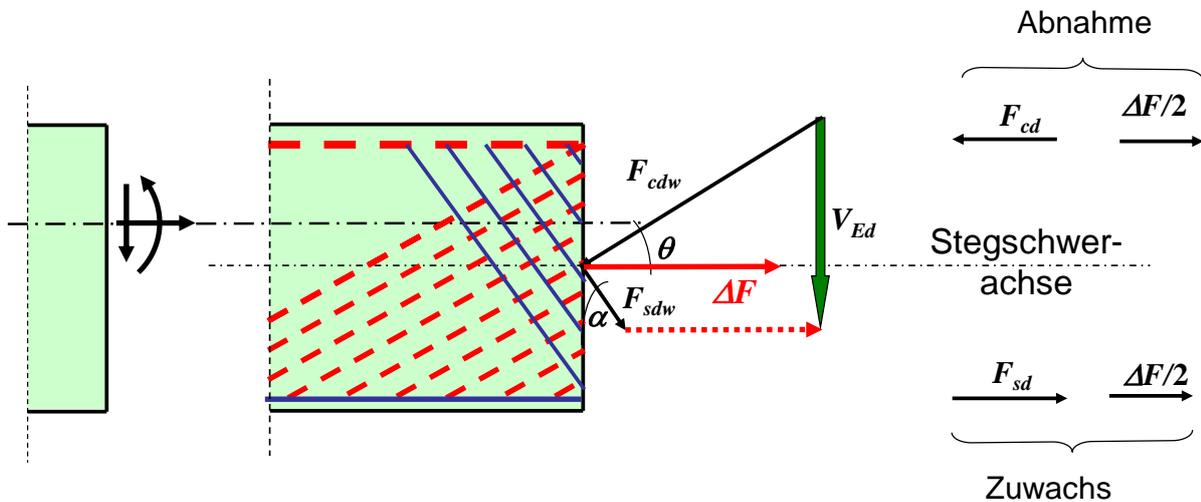


Bild 13-3 horizontale Differenzkräfte am Freischnitt

Die Differenzkraft ΔF verringert die Biegedruckkraft F_c und vergrößert die Biegezugkraft F_s um jeweils $\Delta F/2$, sofern die Stegschwerachse etwa in der Mitte des inneren Hebelarmes z liegt. Durch die Fachwerkanalogie wird die Biegezugkraft größer als nach der Biegelehre zunächst ermittelt. Dies muss bei der Deckung der Zugkraft durch eine verlängerte Bewehrung berücksichtigt werden. Für die Bewehrungsführung ist es sinnvoll, die zusätzliche Kraft in ein horizontales Versatzmaß umzurechnen.

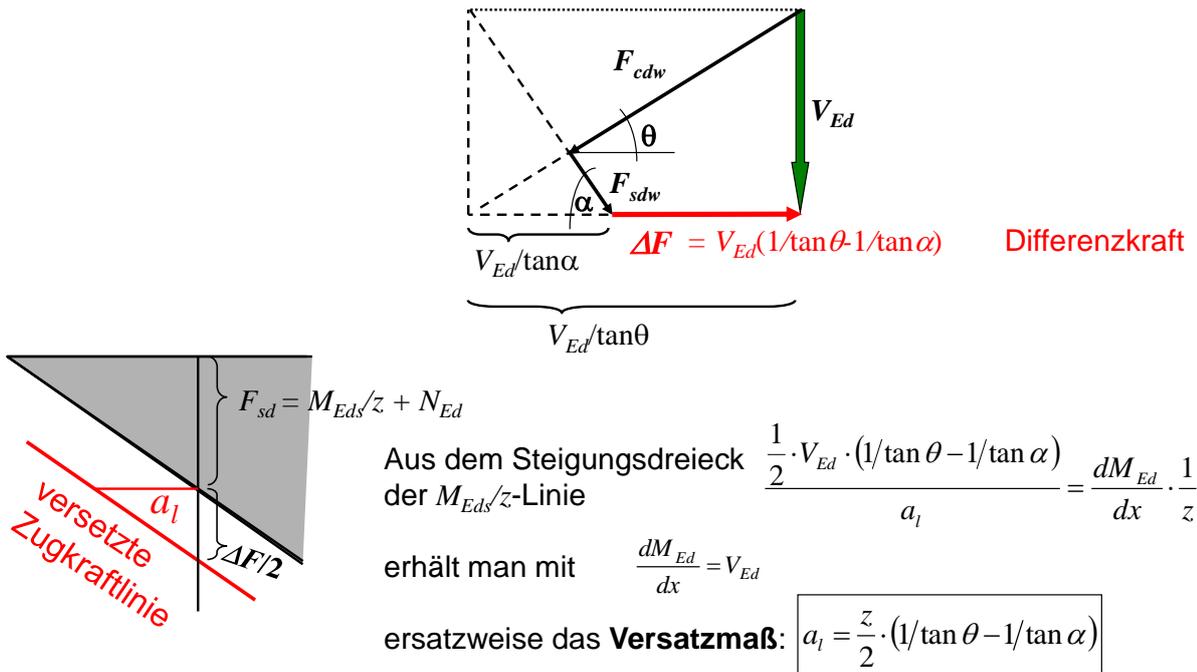


Bild 13-4 Zusatzkraft und Versatzmaß am Freischnitt

Das Versatzmaß ist entsprechend in EC2, 9.2.1.3 geregelt. Das Versatzmaß für Platten ohne Querkraftbewehrung ist mit $1,0 \cdot d$ anzunehmen.

13.2 Versetzte Zugkraftlinie und Zugkraftdeckung

13.2.1 Zugkraftdeckung und Verankerung im Feld

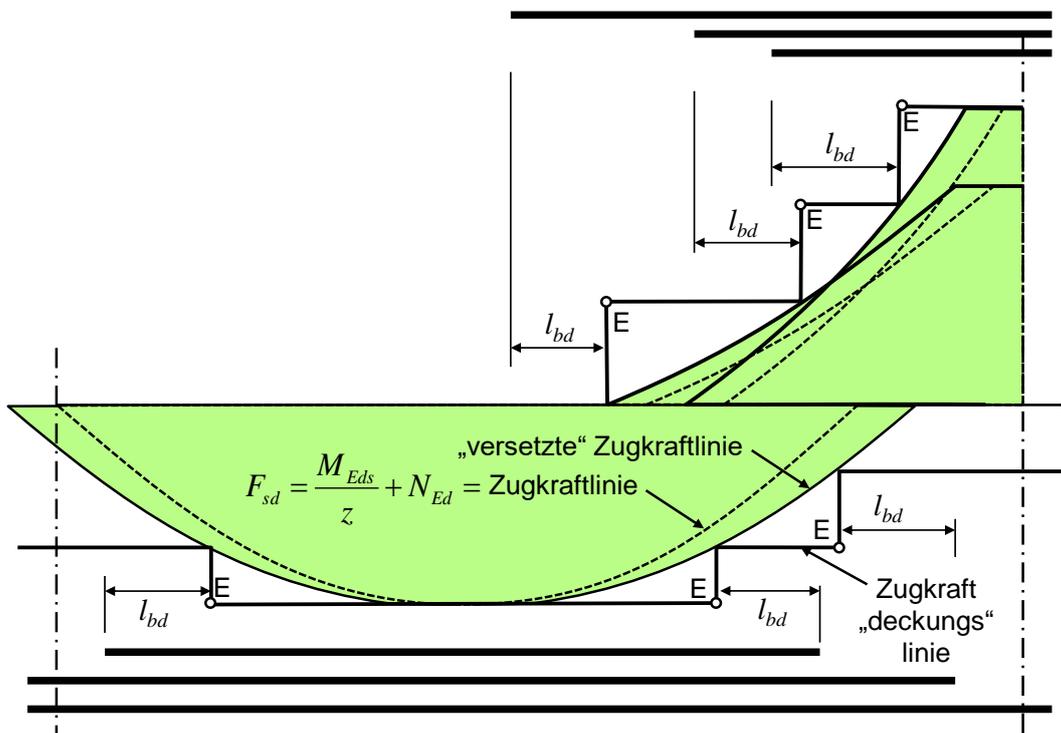


Bild 13-5 Zugkraftdeckung und Verankerung im Feld bisher nach DIN 1045-1

Nachweis der Verbundspannung

$$\text{aus } \frac{\Delta F_{sd}}{\Delta x} = \frac{\Delta M_{Ed}}{\Delta x \cdot z} = \frac{V_{Ed}}{z} = U_s \cdot f_{bd} \quad \text{bzw.:} \quad \sigma_{bd} = \frac{V_{Ed}}{U_s \cdot z} \leq f_{bd}$$

Beispiel:

$$V_{Ed} = 387 \text{ kN} \quad z = 0,45 \text{ m}$$

$$f_{bd} = 0,7 \cdot 2,69 = 1,88 \text{ MN/m}^2 \quad (\text{C25/30 mäßiger Verbund})$$

gew. 8Ø20

$$\sigma_{bd} = \frac{V_{Ed}}{U_s \cdot z} = \frac{0,387}{8 \cdot 0,02 \cdot \pi \cdot 0,45} = 1,71 \leq f_{bd}$$

Dringende Empfehlung des Verfassers bei einer Momentenumlagerung:

Wichtig: Zugkraftdeckungslineie immer für die **nicht umgelagerte** Momentenlinie (sofern außenliegend) ausbilden!

Denn: wahrscheinliches Stahlfließen erst für $\sigma_s > 500 \text{ MN/m}^2$

Mit der Zugkraftdeckung für die nicht umgelagerte Momentenlinie ist auch der GZG sichergestellt!

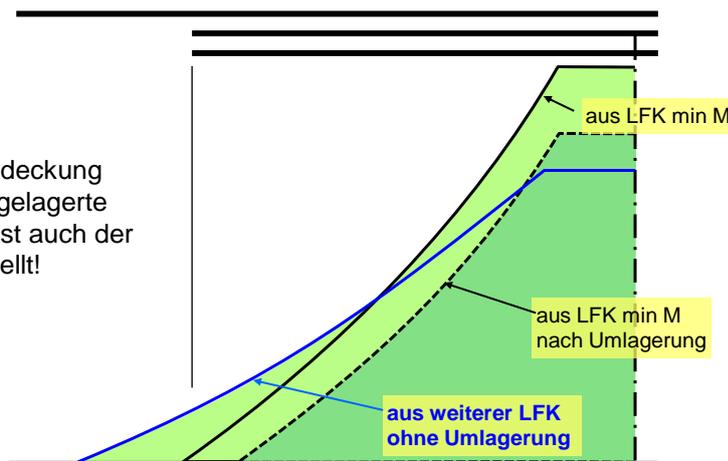


Bild 13-8 Zugkraftdeckung bei Momentenumlagerung

Bei der Deckung der Zugkraftlinie bzw. der versetzten Zugkraftlinie ist insbesondere auch die Linie zu beachten, die sich bei nicht umgelagertem Moment ergibt, da der Stahl i.d.R. eine höhere Festigkeit hat als in der Bemessung angenommen. Dabei darf aber eine mit dem Faktor $M_{elast}/M_{umgelagert}$ vergrößerte Stahlspannung berücksichtigt werden. Als notwendige Folge der Betrachtung der nicht umgelagerten Momentenlinie entsteht eine längere Stützbewehrung. Theoretisch ist der Vergrößerungsfaktor auch bei der Verankerungslänge wegen der vergrößerten Stabkraft zu berücksichtigen.

Die vergrößerte Stahlspannung darf nicht in Abschnitten der Zugkraftlinie angesetzt werden, die aus einer LFK ohne Umlagerung entstehen.

Mit dieser Vorgehensweise ist auch die Forderung der Deckung der Zugkraftlinie im GZG aus EC2, Abschnitt 9.2.1.3 (1) sichergestellt. Die Ausnahme bei einer Umlagerung mit höchstens 15% sollte nicht angewendet werden

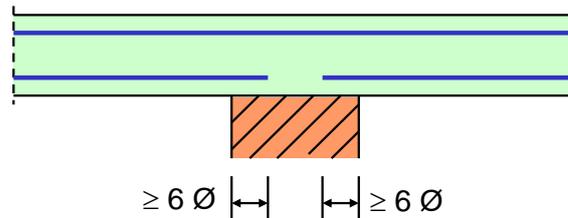
In Tabellen wird der Grundwert der Verankerungslänge meist mit der Streckgrenze f_{yd} berechnet. Bei einer Bemessung im GZT mit einer Stahlspannung größer als f_{yd} müsste die Verankerungslänge in geringem Umfang vergrößert werden. Da die Verankerung außerhalb der Stellen der maximalen Beanspruchungen stattfindet, kann auf diese Erhöhung verzichtet werden.

Bild 13-10 direkte und indirekte Lagerung

Für Platten ist mindestens die Hälfte der Feldbewehrung über das Auflager zu führen und zu verankern. Für Platten ohne Querkraftbewehrung ist das Versatzmaß $1,0 \cdot d$ anzusetzen.

13.2.3 Verankerung an Zwischenauflagern

Mindestens 25% (bei Platten mind. 50%) der Feldbewehrung ist über das Auflager zu führen.



EC2, 9.2.1.5 (3):

Eine Bewehrung, die mögliche positive Momente aufnehmen kann (z.B. Auflageretzungen, Explosion usw.) ist in der Regel in den Vertragsunterlagen festzulegen. Diese Bewehrung ist in der Regel durchlaufend auszuführen, z. B. durch gestoßene Stäbe.

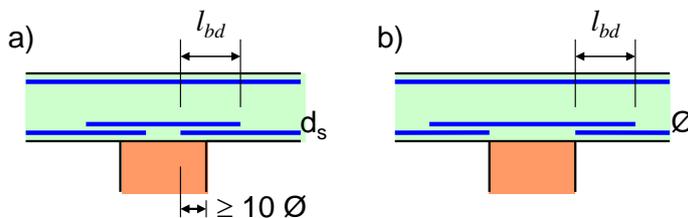


Bild 13-11 Verankerung an Zwischenauflagern

13.3 Zusammenfassung Zugkraftdeckung

Vorgehensweise:

Zeichnen der M_{Ed}/z -Linie (ggf. $+N_{Ed}$ -Anteil)

Parallelverschieben der M_{Ed}/z -Linie (ggf. $+N_{Ed}$ -Anteil) um das Versatzmaß a_l (immer im Sinne einer Vergrößerung)

Anzahl und Durchmesser der Bewehrung im Bemessungsquerschnitt wählen

Maximalen Stabdurchmesser überprüfen

Staffelung der Bewehrung wählen, in steilen Stützmomentenbereichen auf Staffelung verzichten

Einzeichnen der von der Bewehrung aufnehmb. Zugkraft ($F_s = A_s \cdot \sigma_{sd}$)

Staffelstellen (rechnerische Endpunkte E) einzeichnen (= Zugkraft der verbleibenden Bewehrung)

Verankerungslänge hinter den rechnerischen Endpunkten bestimmen

Nachweis der Verankerung am Endauflager für die Kraft F_{Ed}

Stablängen ermitteln

Literatur

- [1] Lamprecht, H.-O.: Opus Caementitium – Bautechnik der Römer. Düsseldorf: Beton-Verlag, 5. Auflage 1996
- [2] Herzog, M.: 150 Jahre Stahlbeton (1848 – 1998). Bautechnik Spezial Berlin: Ernst und Sohn, 1999
- [3] Straub, H.: Die Geschichte der Bauingenieurkunst. Basel: Birkhäuser-Verlag, 4. Auflage 1992
- [4] Hampe, E., Raue, E., Kaller, W.: Stahlbeton, Teil 1, Grundlagen. Berlin, München: Verlag für Bauwesen, 1993
- [5] König, G., Tue, N.: Grundlagen des Stahlbetonbaus – Einführung in die Bemessung nach EC 2. Stuttgart: Teubner, 1998
- [6] Zilch, K., Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006
- [7] Duda, H.: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. Heft 419 aus der Schriftenreihe des DAfSbt. Berlin: Ernst und Sohn, 1991
- [8] CEB-FIP Model Code (1990), CEB-FIP Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information No. 213/214. Lausanne: CEB 1993
- [9] Zilch, K., Rogge, A.: Bemessung der Stahlbeton- und Spannbetonbauteile nach DIN 1045-1. In: Betonkalender 2002, Teil 1. Berlin: Ernst und Sohn, 2002
- [10] DIN Deutsches Institut für Normung e. V.: Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. 1. Auflage. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, 1981
- [11] EN 1991 in Verbindung mit DIN EN 1991/NA: Eurocode 1
- [12] DIN EN 1992-1-1 + DIN EN 1992-1-1/NA: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau
- [13] DIN 1055-100, Ausgabe März 2001: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. Berlin: Beuth-Verlag, 2001
- [14] Springenschmid, R.: Die Ermittlung der Spannungen infolge von Schwinden und Hydratationswärme im Beton. Beton- und Stahlbetonbau 79 (1984), Heft 10, S. 263-269
- [15] Schleeh, W.: Die Zwängspannungen in einseitig festgehaltenen Wandscheiben. Beton- und Stahlbetonbau 1962, Heft 3, S. 64-72
- [16] Leonhardt, F.: Rissebeschränkung. Beton- und Stahlbetonbau 71 (1976), Heft 1, S. 14-20
- [17] Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau. Deutsche Fassung ENV 1992-1-1, 1991
- [18] Hochreither, H.: Bemessungsregeln für teilweise vorgespannte, biegebeanspruchte Betonkonstruktionen – Begründung und Auswirkung. Dissertation, TU München, 1982
- [19] Zilch, K., Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010
- [20] Fischer, A., Kramp, M., Prietz, F., Rösler, M.: Stahlbeton nach DIN 1045-1, Verlag Ernst und Sohn, Berlin, 2003
- [21] Zilch, K., Fritsche, T.: Einfluß des Kriechens auf Beton- und Stahlspannungumlagerungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbetonbauteile. TU München, Lehrstuhl für Massivbau: DIBt-Forschungsbericht, Stuttgart: Fraunhofer IRB, 1999
- [22] Mayer, H./Rüsch, H.: Bauschäden als Folge der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen, DAfStb Heft 193, München, 1967
- [23] Reineck, K.-H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung. Bauingenieur 76 (2001), S. 168-179
- [24] DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Nationaler Anhang zu Teil 1-1 – A1-Änderung.
- [25] Fingerloos, F., Hegger, J.: Erläuterungen zur Änderung des deutschen Nationalen Anhangs zu Eurocode 2 (DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12). Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 1, S. 2-8 https://www.researchgate.net/publication/289366974_Erlaeterungen_zur_Aenderung_des_deutschen_Nationalen_Anhangs_zu_Eurocode_2_DIN_EN_1992-1-1NAA12015-12
- [26] Fischer, A.: Neuer Nachweis der Biegeschlankheit für Platten. Beton- und Stahlbetonbau 113 (2018), H. 1, S. 2-12.
- [27] DAfStb: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2). Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Heft 600 Berlin: Beuth-Verlag 2012.
- [28] Projekt: KI-SMILE (Konstruktiver Ingenieurbau - Simulation, Motivation, Interaktion in Lehre und Experiment) : neue Medien im konstruktiven Ingenieurbau; Schlussbericht; [Laufzeit: 01.03.2001 - 31.12.2003] / [Projektpartner: Fachhochschule Potsdam, FB Bauingenieurwesen. Projektleitung: J. Vielhaber ... Fachhochschule Potsdam, FB Design. Leitung: M. Krohn. TFH Berlin, FB III. Leitung: A. Fischer. TU Berlin, Institut für Sprache und Kommunikation. Leitung: C. Schwender] <https://edocs.tib.eu/files/e01fb06/516981633.pdf>
- [29] KUPFER, H. B.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung; Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 229, Beuth Verlag, Berlin, 1973.
- [30] Reinhardt, H.-W.: Beton, Betonkalender 2007, Ernst und Sohn, Berlin
- [31] DAfStb-Heft 291: Rehm, G.; Thewes, R.; Eligehausen, R.: Übergreifungsstöße geschweißter Betonstahlmatten. Berlin: Ernst & Sohn 1977.